



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.  
Images reproduced by courtesy of Koninklijke Bibliotheek, Den Haag.  
455 J 58 [1]





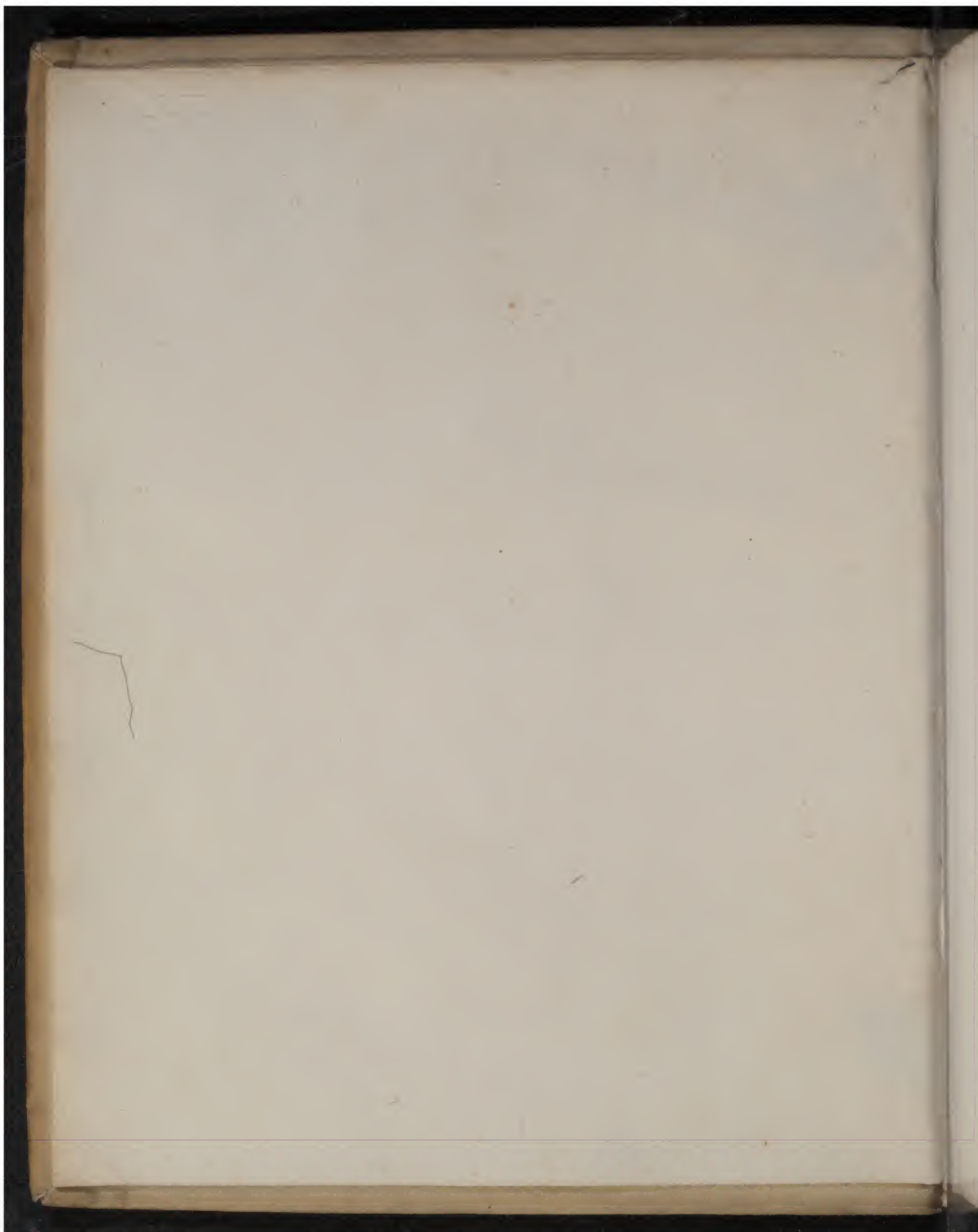
Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.  
Images reproduced by courtesy of Koninklijke Bibliotheek, Den Haag.  
455 J 58 [1]



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.  
Images reproduced by courtesy of Koninklijke Bibliotheek, Den Haag.  
455 J 58 [1]

Kw  
455/50  
1-3

II. 047







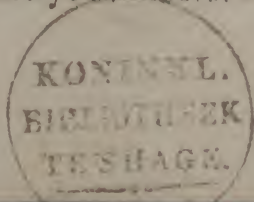
Et is een 2<sup>e</sup> editie van P. Hellin gewest  
Amst<sup>er</sup> 1723 in het licht gebracht

453-351

*Beschreven*

*Door*

By *Paſſchier van Wesbuſch*, Boeck-verkooper op de Marckt, in den  
beſlaghen Bybel. ANNO 1663.









## Tot den Leser.

**G**elijck yemandt die aen de wegh tim-  
mert, hem weynigh stoot aen 't oordeel van de Verby-  
gangers, door dienmen een selve ding qualijck aen alle  
man te pas kan maken, so hebbe my mede niet willen  
bekommeren om iets aen den dach te brengen, dat van  
yder ghepresen mocht worden, maer veel eer om soodanighe Leerlin-  
ghen, al zyn't maer weynighe, dienst te doen, die dese Beschrijvinge  
komen te gebruycken. Hadde gehoopt eer ick dit Werck by der handt  
nam, datter in de Nederduytsche tale wat beters, door iemandt an-  
ders soude uytghekomen hebben, die meerder tijdt daer in besteden  
kon, maer my is tot noch toe weynigh ter handt ghekomen, 't welck  
jammer is, alsoo door die middel de Konst te volmaeckter soude wor-  
den; doch dat niet gheschiedt en is, mach noch gheschieden, dat den  
tijdt moet leeren. Het is vreemt datter tot dese Konst soo weynigh  
Liefhebbers zyn, door dien het een van de beste wetenschappen is om  
't verstandt te scherpen, en tot een goet oordeel bequaem te maecten,  
maer het schijnt dat wijsheydt te minder geacht wordt, om datter ar-  
beydt aen vast is om die te bekomen, en weynigh geldt mede gewon-  
nen wordt, als men die verkregen heeft: want men siet dat meesten-  
deel die de hedendaeghsche Geleertheydt oeffenen, daer meest op sien,  
om metter tijdt van deselve een Ambacht te maecten. Hebbe dan,  
om den arheydt tot dese Konst te lichter te doen schijnen, het Werck  
soo kort genomen als 't my moghelijck was, en meyne evenwel datter  
genoegh geschreven is, so men hem hier nevens dient van de Grondt  
A 2 der



## Tot den L E S E R.

der Meet-konst, die ick voor desen uyt-gegeven hebbe, vermits de voornaemste beginselen, daer in vertoont worden, ghelijck daer den rechtlinischen Drie-hoeck uyt den Kegel ghesneden wordt, worden vertoont de voornaemste eyghenschappen van de rechte linien, daer het rondt uyt den Kegel gesneden wordt, worden vertoont de voornaemste eyghenschappen van 't rondt, en soo voorts met d' andere Kegel-sneeden. wanneer dese t'samen gaen, dunckt my dat ick de wegh toon, om tot de ontbindingh te komen van swaere Werck-stucken, sooder aen den Leerlingh gheen oeffeningh onthreekt; daer ick iets mochte verby gegaen hebben, ghelijck de quadratura van vlackten die met kromme linien beslooten zijn, en verscheyde andere dingen meer, dat konnen se by andere Schrijvers op-soecken, en gheven Godt (den oorspronck van alles dat iets behelst, dat is van alles goeds) van alles de Eere.



GEOMETRIA,  
Ofte  
MEET-KONST.

**D**E Meet-konst heeft een groote over-een-kominghe, met de Reecken-konst, vermits men met linien kan wercken of 't getallen waeren, en gelijk de *Algebra* dienstigh is tot 'et ontbinden van *Questien*, en tot het vinden van *Regels*, die tot de Recken-konst behooren, soo is deselve also dienstigh tot 'et ontbinden van Meetkonstige werck-stucken, want soo men in't begin letters gesteldt heeft, so wel voor de bekende als onbekende Linien, en door ontbindinge het begeerde in letters gevonden hebbende, soo kan daer door, het werck-stuck door linien op-ghe-lost worden, ghelijck men in 't volghende sien kan: soo dat de ghene die de Meet-konst grondigh soecken te verstaen, haer eerst tot de *Algebra* moeten begheven, en so veel dese Meet-konst aengaet, die verdeelen wy in vier Deelen, het eerste sal zijn, hoe men met Linien wercken moet, het tweede, hoe dat die bewerckingh tot de ontbindinge der werck-stucken toe-gepast wordt, het derde, van 't vinden der grootste en kleynste, en het vierde, hoe de werck-stucken ontbonden worden, daer een dingh te weynigh bekendt is, in welke dinghen, meynen wy, dat het voornaemste van de Meet-konst bestaet,

A 3

H E T



H E T  
E E R S T E D E E L,  
*Van de bewerckingh der Linien.*

**I**N de bewerckinge der Linien, vallen ons voor, rechte linien, die simpele ghetallen, en rechte linien die wortel-ghetallen beteecken en, welck onderscheydt wy hier beschrijven sullen, midtsgaders, hoemen de vierkants-vergelijkinghen, door Linien kan ontbinden, verder als de vergelijkinghen van twee Dimensien is ons voornemen niet te gaen, overmits die genoegh beschreven worden in de Geometrie van *Descartes*, waer toe de Leerlinghen, voor wien alleen dit Werck beschreven is, gewesen worden.

*Van de rechte Linien, die door simpele quantiteyten uytghedruckt worden.*

**I**N 't ontbinden van Meetkonstige werck-stucken, steldt men, eer men begint te wercken, voor yder bekende rechte Linie, veeltijds een van de eerste Letteren des *a b c*, en voor de onbekende rechte Linien, een van de leste, als *z y* of *x*, en soo voorts, ende men brenght dan de questie tot een vergelijkinghe volgens de wijze, die in de *Algebra* ghebruyckelijck is, waer door dan de onbekende waerdens gevonden worden.

Deze gevonden waerdens van de onbekende quantiteyten, zijnde rechte linien, die worden dan door een of door verscheide letteren uyt-ghedruckt, ghelijck wanneer *x* is  $\infty b$ , dan is de waerde  
van

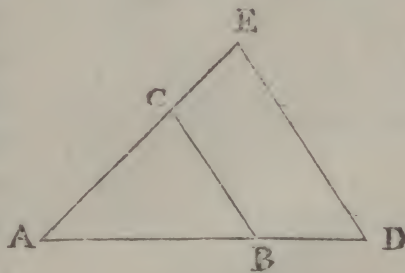
## Meet-konst. *Eerste Deel.* 7

van  $x$  de linie die met  $b$  beteeckent wordt, maer wanneer  $x$  is  $\infty b + c$ , dan is de weerde van  $x$ , so veel als de twee Linien  $b$  en  $c$  t'samen aen een ghevoeght. En wanneer der komt  $x \infty b - c$ , dan moet men de linie  $c$  van de linie  $b$  af-snijden, datter over blijft is de weerde van  $x$ .

Maer wanneer  $x$  is  $\infty$  een breuck, als by voorbeeldt  $x \infty \frac{bc}{a}$ , dan moet dese breuck, om die door linien op te lossen, wederom tot de proportie ghebracht worden, op de volgende wijze, neemt altydts van de vier Proportionalen voor den rechthoek op de binnenste den teller van de breuck, en gheeft den noemer d'eerste plaets, dat is, steldt als de linie  $d$ , tot de linie  $b$ , also de linie  $c$ , tot de begheerde linie  $\frac{bc}{a} \infty x$ , ofte als  $d$ , tot  $c$ , also  $b$ , tot  $x$ .

Dat door Linien op veelderley wijzen kan bewerckt worden, van welck d'een in 't werck-stuck dickmaels beter schickt dan d'ander, volgen hier drierley.

D'eerste wijs is dusdanigh, treckt een Linie, steldt in de selve  $AB$ ,  $\infty$  de linie  $d$ , en  $AD$ ,  $\infty$  de linie  $b$ , dan treckt uyt het punt  $A$  een andere linie als  $AE$  (die met de linie  $AD$  een hoeck maect) en steldt in de selve  $AC$   $\infty$  de linie  $c$ , voorts getrocken door de punten  $B$  en  $C$ , de linie  $BC$ , en evenwijdigh met deselve, de linie  $DE$ , die snijdt de linie  $AE$  in 't punt  $E$ , so is  $AE$  de begheerde linie  $\infty \frac{bc}{a}$  of  $\infty x$ . Want de driehoecken  $ACB$  en  $AED$  zijn malkander ghelijckformigh: daerom als  $AB \infty d$ , tot  $AD \infty b$ , alsoo  $AC \infty c$ , tot  $AE \infty x$ .



Detweede wijze die wy beschrijven, is alsoo, treckt de twee  
Linien:



## 8 GEOMETRIA, ofte

Linien, die in de teller van de breuck staen, van malkander, dat is, stelt  $FG \propto b$ , en  $FH \propto c$ , op 't verschil  $HG$ , stelt een half ront,



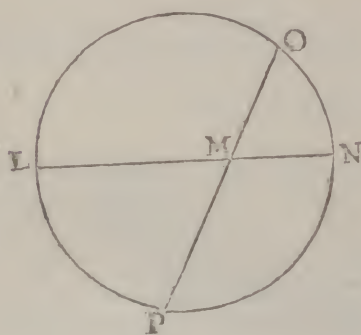
en maect in de selve  $FI \propto d$ , soo is  $FK \propto$  de begeerde  $\frac{bc}{d}$

of  $\propto x$ , want de rechthoeken  $GF$ ,  $FH$  en  $IF$ ,  $FK$  zijn malkander gelijk, daerom als  $FI \propto d$ , tot  $FG \propto b$ , alsoo  $FH \propto c$ , tot  $FK \propto x$ .

Hier moet men bemercken, dat  $d$  grooter moet sijn dan  $c$ ,

en kleynder dan  $b$ . Wanneer de linie  $FI$  het half rondt aenraectt, dan is  $FI$ , middel-proportionael tusschen  $GF$ ,  $FH$ , 't welck dienstigh is, om tusschen twee linien een middel-proportionael te vinden.

Volght de derde wijze: voeght de twee linien, die in de teller van de breuck staen aen malkander, dat is, stelt  $LM \propto b$  en  $MN \propto c$ , dan treckt op  $LN$  als middel-lijn een rondt, maectt in de selve  $MP \propto d$ , soo is  $MO \propto$  de begheerde  $\frac{bc}{d}$  of  $\propto x$ . Want de rechthoeken  $LM$ ,  $MN$  en  $PM$ ,  $MO$  sijn malkander gelijk, daerom als  $MP \propto d$ , tot  $LM \propto b$ , alsoo  $MN \propto c$ , tot  $MO \propto x$ .



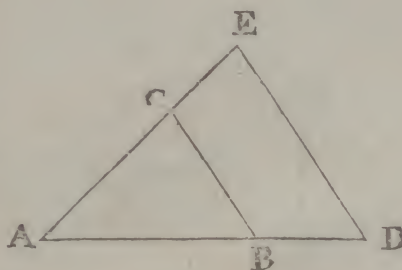
Hier moet bemerckt worden dat  $d$  grooter moet zijn dan  $c$ , en kleynder dan  $b$ . Wanneer de linien  $LN$  en  $OP$  malkander rechthoeckigh door-snijden, dan is  $MO$  middel-proportionael tusschen  $LM$  en  $MN$ , 't welck dienstigh is, om tusschen twee linien een middel-proportionael te vinden.

Soo



Soo 't ghebeurt dat  $x$  is  $\propto bc$ , soo staet hier te letten, dat  $x$  een linie is, en  $bc$  twee linien die met malkander gemultipliceert zijn, en volghens dien, die een vlakke of rechthoeck, dat is twee Dimensien uyt-maken, daer het nochtans een rechte linie moet zijn, soo wel als  $x$ , want anders warense malkanderen niet ghelijck, so dat men hem hier moet in-beelden dat  $bc$  door een andere linie, die de uniteyt beteeckent, ghedivideert wordt, en dat  $x$  is  $\propto \frac{bc}{1}$ , op de selve wijze is 't mede te verstaen van meerder Letteren: Want soo  $x$  waer  $\propto bcd$ , dan beeldt men hem in, dat dese  $bcd$  ghedivideert is door twee andere linien, die yder de uniteyt doen, en also met anderen.

Om nu de weerde van  $x$  uyt te drucken, wanneer  $x$  is  $\propto \frac{bc}{1}$ , soo brengt men de breuck tot de proportie, en men stelt als  $x$  tot  $b$ , also  $c$  tot  $x$ , 't welck door linien, als de voorgaende gedaen kan worden, waer van d'eerste wijze volght. Treckt een linie en stelt in deselve  $AB \propto$  d'eenheydt, en  $AD \propto$  de linie  $b$ , dan treckt uyt het punt  $A$ , een linie als  $AE$  (bryten de linie  $AD$ ) stelt in de selve  $AC \propto c$ , voorts door de punten  $B$  en  $C$  getrocken de linie  $BC$ , en  $DE$  evenwijdigh met de selve, die snijdt  $AE$  in 't punt  $E$ , so is  $AE$  de begheerde linie  $\propto x$ . Want  $AB \propto 1$ , is tot  $AD \propto b$ , als  $AC \propto c$ , tot  $AE \propto x$ .



Soo 't ghebeurde dat  $x$  was  $\propto \frac{b}{c}$ , soo moet men bemercken dat  $x$  een dimensie heeft, en  $\frac{b}{c}$  gheen, maer om datse malkanderen ghelijck zijn, so moet men hem in-beelden, dat  $b$  met een ander linie gemultipliceert is, die de eenheydt doet, en dan door  $c$  ghedi-

B

ghedi-

# 10 GEOMETRIA, ofte

ghedivideert is, sodanigh dat  $x$  is  $\propto \frac{b^2}{c}$ , dat is, de breuck tot de proportie ghebracht zijnde, als  $c$  tot  $1$ , also  $b$  tot  $x$ , door linien wordt dese waerde van  $x$ , ghevonden als de voorgaende, stellende  $AD \propto c$ ,  $AB \propto 1$ , en  $AE \propto b$ , dan ghetrocken  $DE$ , en evenwijdigh met deselve  $BC$ , soo is  $AC \propto x$ . Want  $AD \propto c$ , is tot  $AB \propto 1$ , als  $AE \propto b$ , tot  $AC \propto x$ .

Uyt alle dit voorschreven, kan ghenoech af-ghenomen worden, wanneer een breuck voor-valt, hoemen die door linien op-loffen moet, volgen hier noch tot overvloedt eenige breucken die tot de proportie ghebracht zijn.

zijnde  $x \propto \frac{c^2}{a+b}$ , soo is  $a+b$ , tot  $c$ , als  $d$  tot  $\frac{c^2}{a+b}$  of  $x$ .

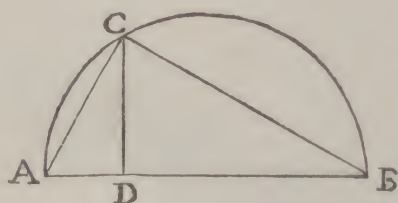
So men heeft  $x \propto \frac{bc+cd}{a}$ , dan is  $a$  tot  $b+d$ , als  $c$  tot  $x$ , ofte als  $a$ , tot  $c$ , also  $b+d$ , tot  $x$ .

Sooder is  $x \propto \frac{b^2}{b-c}$ , dan is  $b-c$ , tot  $b$ , als  $b$  tot  $x$ .

Wesende  $x \propto \frac{bb-cc}{d}$ , so is  $d$ , tot  $b+c$ , als  $b-c$  tot  $x$ , of als  $d$ , tot  $b-c$ , also  $b+c$ , tot  $x$ .

Wanneer men heeft  $\frac{bb-aa}{b}$

$\propto x$ , dat is  $b - \frac{aa}{b} \propto x$ , soo maeckt  $AB \propto b$ , beschrijft daer op een half ront, en treckt  $AC \propto a$ , laet uyt  $C$  vallen op  $AB$  de rechthoeckige  $CD$ , so is  $DB \propto b - \frac{aa}{b}$  of  $x$ . Want  $AB$  is tot  $AC$ , als  $AC$  tot  $AD$ .



Sooder voor valt  $x \propto \frac{\frac{1}{2}rq+ry}{q}$ , dan is  $q$ , tot  $r$ , als  $\frac{1}{2}q+y$ , tot  $z$ , of als  $q$  tot  $\frac{1}{2}q+y$ , also  $r$  tot  $z$ .

Sooder is  $\frac{efg}{bf+dh} \propto y$ , om dat hier onder en boven  $f$  komt  
steldt

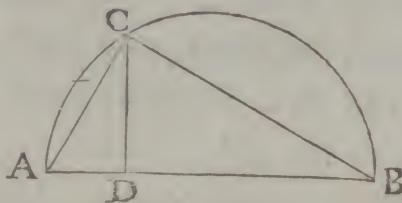


## Meet-konst. *Eerste Deel.* II

steldt men eerst als  $f$  tot  $d$ , also  $h$  tot  $\frac{dh}{f}$ , hier by ghedaen (om de  $b$ fte krijghen)  $b$ , komt  $\frac{dh+bf}{f}$ , dan als  $\frac{dh+bf}{f}$  tot  $g$ , also  $e$  tot  $\frac{efg}{dh+bf} \propto y$ .

### *Van de rechte Linien die door Wortel-getallen wyt-ghedruckt worden.*

**S**oo men heeft  $xx \propto ab$ , dat is  $x \propto \sqrt{ab}$ , dan is  $x$  of  $\sqrt{ab}$ , middel-proportionael tusschen  $a$  en  $b$ , want  $\frac{xx}{a}$  is dan  $\propto b$ , dat is als  $a$  tot  $x$ , also  $x$  tot  $b$ , 't welck door Linien gheschiedt als volgt, voegh  $AD \propto a$ , en  $DB \propto b$ , aen malkander, en beschrijft op  $AB$  een half rondt, op 't punt  $D$  steldt een rechthoekige als  $CD$ , die snijdt het half rondt in  $C$ , so is  $CD$  de begeerde  $x$  of  $\sqrt{ab}$ , Anders, steldt  $AB \propto a$ , en beschrijft daer op een halff rondt, dan stelt  $AD \propto b$ , en op 't punt  $D$ , een rechthoekige als  $CD$ , die snijdt het half rondt in  $C$ , soo is  $AC$ , de begheerde  $\sqrt{ab}$ , maer in dese leste wijs, moet  $a$  meer zijn dan  $b$ .



Maer sooder waer  $xx \propto b$ , dat is  $x \propto \sqrt{b}$ , om dat  $xx$  twee Dimensien heeft, en  $b$  maer een, soo moet men hem in-beelden, dat  $b$  met een ander linie die de eenheydt doet ghemultipliceert is, en dat  $xx$  is  $\propto b1$ , dan sal  $x$  of  $\sqrt{b}$ , het middel-proportionael zijn tusschen d'eenheydt en  $b$ .

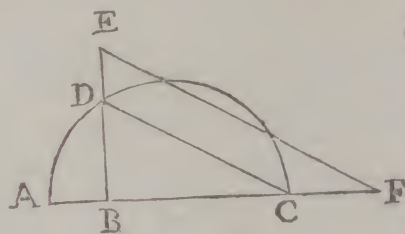
Wanneer men heeft  $x \propto \sqrt{\frac{abb}{c}}$ , of  $xx \propto \frac{abb}{c}$ , soo is  $c$  tot  $a$ ,

B 2

als

als  $bb$  tot  $xx$ , 't welck door linien op verscheide wijzen kan vol-

bracht worden, van welke hier een wegh volgt: Steldt  $AB \propto c$ ,  $BC \propto a$ , en uyt  $B$ , treckt de recht-hoeckighe  $BE \propto b$ , dan beschrijft op  $AC$  een half rondt, voorts getrocken  $DC$ , en evenwijdigh met de selve  $EF$ , die snijdt de verlenghe  $AC$  in  $F$ , so is 't vierkant op  $BF \propto xx$ , en  $BF \propto$



$\sqrt{\frac{abb}{c}}$ . Want  $AB$ , is tot  $BC$ , als 't vierkant op  $DB$ , tot 't vierkant op  $BC$ .

Soder is  $xx \propto \frac{ecgh}{bf+dh}$ , om dat hier onder en boven  $h$  komt, daerom steldt men, als  $h$  tot  $b$ , also  $f$  tot  $\frac{bf}{h}$ , hier by ghedaen  $d$  (om de  $dh$  te krijghen) komt  $\frac{bf+dh}{h}$ , nu als  $\frac{bf+dh}{h}$  tot  $g$ , alsoo  $ee$  tot  $\frac{ecgh}{bf+dh} \propto xx$ .

Wanneer men heeft  $\frac{ffdd}{bb-dd} \propto xx$ , soo is  $\sqrt{bb-dd}$ , tot  $\sqrt{ff}$ , als  $\sqrt{dd}$  tot  $\sqrt{\frac{ffdd}{bb-dd}} \propto x$ , so is  $\frac{ffdd}{bb-dd} \propto xx$ .

Dit sal ghenoech zijn om breucken tot de proportie te brenghen, sal wijders alleen vertoon en, hoe men noch eenighe Linien beschrijft, die wortel-getallen bereecken en.

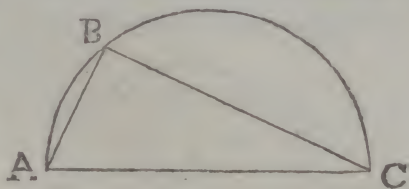
Soo men heeft  $\sqrt{\frac{1}{4}aa + bb}$ , dan is het vierkant op dese linie, ghelijck de twee vierkanten op  $\frac{1}{2}a$ , en op  $b$  t' saemen, daerom maect een rechthoeckigen driehoek, waer van de rechthoeck-zijden doen  $\frac{1}{2}a$ , en  $b$ , de scheuynsche sal dan doen  $\sqrt{\frac{1}{4}aa + bb}$ .

Soo men heeft  $\sqrt{\frac{1}{4}aa - bb}$ , dan is het vierkant van dese Linie ghelijck de differentie van de twee vierkanten op  $\frac{1}{2}a$ , en op  $b$ , Daerom



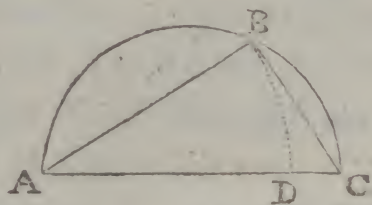
# Meet-konst. Eerste Deel. 13

Daerom maectt men een rechthoeckighen drie-hoeck, waer van de scheuynsche doet  $\frac{1}{2}a$ , en d'een rechthoeck-zijde  $\propto b$ , soo sal d'ander rechthoeck-zijde doen  $\sqrt{\frac{1}{4}aa - bb}$ , 't welck gheschiedt als volght: Laet AC doen  $\frac{1}{2}a$ , steldt daer op een halff rondt, en in de selve maectt AB  $\propto b$ , soo sal BC doen  $\sqrt{\frac{1}{4}aa - bb}$ . Hier moet men bemercken, dan  $\frac{1}{2}a$  meer moet zijn dan  $b$ .



Of anders, neemt het middel-proportionael tusschen  $\frac{1}{2}a + b$ , en  $\frac{1}{2}a - b$ , so heeft men  $\sqrt{\frac{1}{4}aa - bb}$ .

Soo men heeft  $\sqrt{bb + ab}$ , dan maectt een rechthoeckighen drie-hoeck, als hier nevens ABC, waer van de scheuynsche AC doet  $\frac{1}{2}a + b$ , (te weten AD  $\propto \frac{1}{2}a$ , en DC  $\propto b$ ) en d'eene rechthoeck-zijde AB  $\propto \frac{1}{2}a$ , soo sal d'ander rechthoeck-zijde BC doen  $\sqrt{bb + ab}$ , dese  $\frac{1}{2}a$ , wordt aldus ghevonden, divideert de helft van  $ab$ , door den wortel van  $bb$ , soo verkrijght men  $\frac{1}{2}a$ .



Of anders, neemt het middel-proportionael tusschen  $b + a$  en  $b$ , so komter  $\sqrt{bb + ab}$ .

Wanneer men heeft  $\sqrt{bb - ab}$ , so steldt AC  $\propto b - \frac{1}{2}a$ , en BC  $\propto \frac{1}{2}a$ , so is AB  $\propto \sqrt{bb - ab}$ .

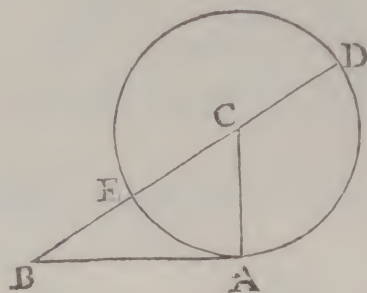
B 3

Of



Of anders, neemt het middel-proportionael tusschen  $b$  en  $b-a$ , soo openbaerter  $\sqrt{bb-ab}$ .

Hier mede sal 't ghenoech zijn van de Linien die wortel-ghetallen beteecken, maer 't valt somtijds voor wanneer men een werck-stuck wil voorstellen, om door ghetallen te ontbinden,



dat men dan de wortel-ghetallen so veel schouwt, als 't mogelijk is, 't welck gheschieden kan met recht-hoeckighe drie-hoecken te vinden die rationale zijden hebben. Soodanige drie-hoecken worden gevonden als volgt: Zijnde den rechthoeckighen drie-hoeck

$ABC$ , laet op de rechthoeck-zijde  $AC$  als half-middellijn, om 't middel-punt  $C$ , beschreven worden een rondt, snijvende  $BC$ , en desselfs verlenghde, in  $E$  en  $D$ , stelt  $BE \propto a$ , en  $AB \propto b$ , so is  $BE \propto a$ , tot  $AB \propto b$ , als  $AB \propto b$ , tot  $BD \propto \frac{bb}{a}$ , treckt  $BE$  van  $BD$ , rest  $\frac{bb-aa}{a}$  voor  $DE$ , hier van de helft komt  $\frac{bb-aa}{2a}$  voor  $EC$ , of  $AC$ , dit gheaddeert tot  $BE$ , komt  $\frac{bb+aa}{2a}$  voor  $BC$ , so zijn de zijden  $AB \propto b$ ,  $AC \propto \frac{bb-aa}{2a}$ , en  $BC \propto \frac{bb+aa}{2a}$ , of alles ghemultipliceert met  $2a$ , soo heeft men  $AB \propto 2ab$ ,  $AC \propto bb-aa$ , en  $BC \propto bb+aa$ , soo men dan voor  $a$  en voor  $b$ , cenigh ghetal stelt, men heeft het begheerde.

*Hoe*

*Hoe men de Vergelijkinghen van twee Dimensien door Linien op-lost.*

**D**E Vergelijkinghen van twee Dimensien kunnen op veel-derley wijsen door Linien ontbonden worden, maer die my tot 'et gebruyck de bequaemste schijnen, zijn dese volgende:

Soo men heeft  $xx - ax - bb \propto 0$ .

Dan maeckt een rechthoeckighen Drie-hoeck, als hier  $ABC$ , Besiet de naestvoor gaende figuer. waer van d'een rechthoeck-zijde  $AC$  is  $\propto \frac{1}{2}a$ , de helft van de bekende quantiteyt des tweeden terms, en d'ander  $AB \propto b$ , zijnde den vierkant-wortel van  $bb$ , beschrijft op den half-middellijn  $CA$  een rondt, die snijdt de verlenghde  $BC$  in  $D$ , so is  $BD$  de begeerde weerde van  $x$ , doende  $\sqrt{\frac{1}{4}aa + bb} + \frac{1}{2}a$ .

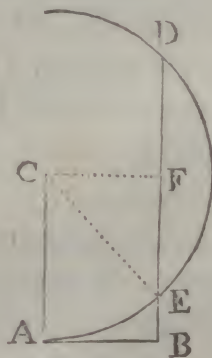
Wanneer men heeft  $xx + ax - bb \propto 0$ .

dan maeck ick wederom de selfde driehoek, en op den halfmiddellijn  $CA$  een rondt beschreven, snijdende  $BC$  in  $E$ , soo is  $BE$  de begheerde weerde van  $x$ , doende  $\sqrt{\frac{1}{4}aa + bb} - \frac{1}{2}a$ .

Sooder voor valt  $xx - ax + bb \propto 0$ .

Dan steldt als vooren  $AC \propto \frac{1}{2}a$ ,  $AB \propto b$ , en in de plaets van  $BC$  treck ick  $BD$  evenwijdigh met  $AC$ , het rondt dat op den half-middellijn  $AC$  beschreven wordt, snijdt de linie  $BD$  in de punten  $D$  en  $E$ , so is  $BD$  of  $BE$  de begheerde weerde van  $x$ . Want in dit voorval heeftmen twee wortels, doende  $\frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}aa - bb}$ , en  $\frac{1}{2}a - \sqrt{\frac{1}{4}aa - bb}$ .

Want het vierkant op  $CF$  zijnde  $bb$  ghetrocken van 't vierkant op  $CE \propto CA$ , rest voor 't vierkant



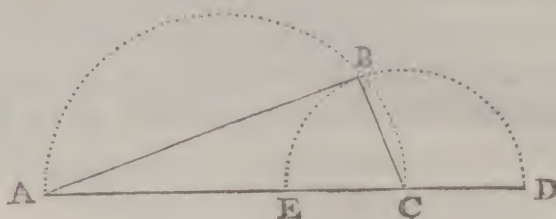


# 16 GEOMETRIA, ofte

kant op FE of FD,  $\frac{1}{4}aa - bb$ , diens wortel ghetrocken van BF  $\propto \frac{1}{2}a$ , rest BE  $\propto \frac{1}{2}a - \sqrt{\frac{1}{4}aa - bb}$ , en FD gheaddeert tot FB komt BD  $\propto \frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}aa - bb}$ .

Hier moet men bemercken dat  $\frac{1}{2}a$  grooter moet zijn dan  $b$ , alfoo het Werck-stuck, daer het toe dient, anders onmoghe-lijk is.

Dit voorval anders.



Maect een rechthoeckighen Drie-hoeck als ABC, waer van de scheuynsche AC is  $\propto \frac{1}{2}a$ , en d' een rechthoeck-zijde AB  $\propto b$ , dan steldt d' ander rechthoeck-zijde BC van C in E, en van C in D, foo is AD of AE de begheerde weerde van  $x$ , doende als vooren  $\frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}aa - bb}$ , of  $\frac{1}{2}a - \sqrt{\frac{1}{4}aa - bb}$ . Hier moet wederom  $\frac{1}{2}a$  grooter zijn dan  $b$ .

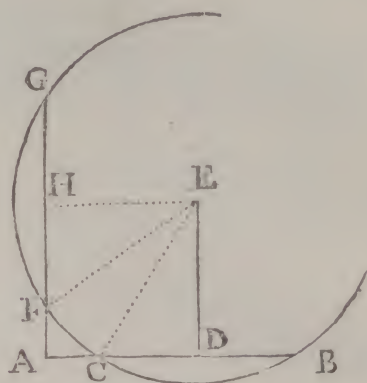
In dese drie voorvallen, die wy door Linien ontbonden hebben, is de leste term  $bb$  een vierkant, maer het valt dickwils voor dat'et een rechthoeck is, en om ongehouden te wesen, dien rechthoeck in een vierkant te veranderen, foo besiet dese volghende bewerckinghen.

Laet'er zijn  $xx - bx - cd \propto 0$ .  
Steldt AB  $\propto c$ , en AC  $\propto d$ , dese differentie CB deelt in twee ghelijck





Sooder is  $xx - bx + cd \propto 0$ .



Steldt  $AB \propto c$ , en  $AC \propto d$ , soo is  $CB$  de differentie, deelt deselve in twee ghelyck in  $D$ , maeckt daer op de rechthoekighe  $DE \propto \frac{1}{2}b$ , en evenwijdigh met de selve uyt  $A$  ghetrocken de Linie  $AG$ , dan om't middel-punt  $E$ , op den half-middel-lijn  $CE$  beschreven een rondt, die snijdt de linie  $AG$  in de punten  $F$  en  $G$ , soo is  $AG$  of  $AF$  de weerde van  $x$ , doende  $\frac{1}{2}b + \sqrt{\frac{1}{4}bb - cd}$ , en  $\frac{1}{2}b - \sqrt{\frac{1}{4}bb - cd}$ .

Want BC doet  $c - d$ , soo is  $CD \propto \frac{1}{2}c - \frac{1}{2}d$ , en AD of HE  $\propto \frac{1}{2}c + \frac{1}{2}d$ , addeert het vierkant op CD, tot 'et vierkant op DE, komt voor 't vierkant op CE of FE,  $\frac{1}{4}bb + \frac{1}{4}cc - \frac{1}{2}cd + \frac{1}{4}dd$ , hier van ghetrocken het vierkant op AD of HE, zijnde  $\frac{1}{4}cc + \frac{1}{2}cd + \frac{1}{4}dd$ , rest voor 't vierkant op FH of HG,  $\frac{1}{4}bb - cd$ , soo is FH of HG  $\propto \sqrt{\frac{1}{4}bb - cd}$ , dit gheaddeert tot AH  $\propto \frac{1}{2}b$ , komt AG  $\propto \frac{1}{2}b + \sqrt{\frac{1}{4}bb - cd}$ , of ghetrocken van AH  $\propto \frac{1}{2}b$ , rest AF  $\propto \frac{1}{2}b - \sqrt{\frac{1}{4}bb - cd}$ .

Hier moet  $A$  D minder wesen dan  $DE$ , dat is  $\sqrt{cd}$  moet minder zijn dan  $\frac{1}{2}b$ .

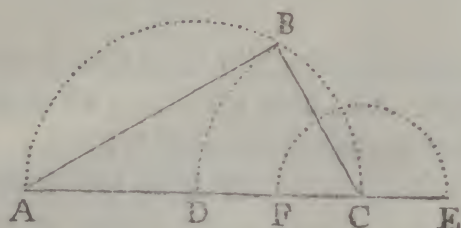
Soo't



# Meet-konst. Eerste Deel. 19

Soo 't in de Verghelijkinghen van twee Dimensien ghebeurt dat de bekende quantiteyt des tweeden terms, is ghelijck een zijde des rechthoeckx des lesten terms, soo kunnen die bequaem op de volghende wijsen ontbonden worden.

Zijnde  $xx - bx - bc \propto 0$ .



Maeckt een rechthoeckighen Drie-hoeck als  $ABC$ , waer van de scheuynsche  $AC$  doet  $\frac{1}{2}b + c$ , (dat is  $AF \propto c$ , en  $FC \propto \frac{1}{2}b$ ) en d'een rechthoeck - zijde  $AB \propto c$ , d'ander rechthoeck - zijde  $BC$  steldt van  $C$  in  $D$ , en maeckt  $CE \propto \frac{1}{2}b$ , so is  $DE$  de begeerde weerde van  $x$ , doende  $\frac{1}{2}b + \sqrt{\frac{1}{4}bb + bc}$ .

Want van 't vierkant  $AC$  zijnde  $\frac{1}{4}bb + bc + cc$ , ghetrocken het vierkant  $AB$  zijnde  $cc$ , rest het vierkant  $BC$  of  $DC \propto \frac{1}{4}bb + bc$ , soo is  $DC \propto \sqrt{\frac{1}{4}bb + bc}$ , hier byghedaen  $CE \propto \frac{1}{2}b$ , komt  $DE \propto \sqrt{\frac{1}{4}bb + bc} + \frac{1}{2}b$ .

Soo men heeft  $xx + bx - bc \propto 0$ .

Dan maeckt men den selven Drie-hoeck, maer van  $DC$ , wordt  $FC \propto \frac{1}{2}b$ , afgetrocken, de rest  $DF$  is de begeerde weerde van  $x$ , doende  $\sqrt{\frac{1}{4}bb + bc} - \frac{1}{2}b$ .

C 2

Wan-



# 20 GEOMETRIA, ofte

Wanneer men heeft  $xx - bx + bc \infty 0$ .



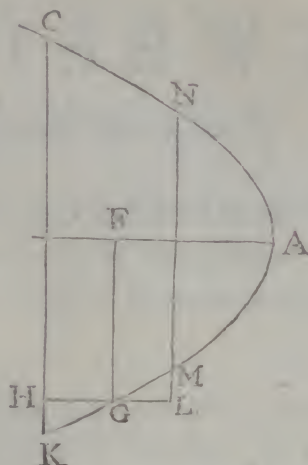
Soo maeckt een rechthoeckighen Drie-hoeck als  $ABC$ , waer van de scheuynsche  $AC$  doet  $\frac{1}{2}b - c$ , (te weten  $AE \infty \frac{1}{2}b$ ,  $CE \infty c$ ) en d'een rechthoeck-zijde  $BC \infty c$ , d'ander rechthoeck-zijde  $AB$  stelt men van  $A$  in  $D$ , en van  $A$  in  $F$ , soo is  $FE$  of  $DE$  de weerde van  $x$ , doende  $\frac{1}{2}b + \sqrt{\frac{1}{4}bb - bc}$ , of  $\frac{1}{2}b - \sqrt{\frac{1}{4}bb - bc}$ .

Want van 't vierkant  $AC$  zijnde  $\frac{1}{4}bb - bc + cc$ , ghetrocken het vierkant op  $BC$  zijnde  $cc$ , rest het vierkant op  $AB$ , of  $AD$ , of  $FA \infty \frac{1}{4}bb - bc$ , so is  $FA$  of  $AD \infty \sqrt{\frac{1}{4}bb - bc}$ , by  $AE \infty \frac{1}{2}b$ , ghedaen  $FA$ , komt  $FE \infty \frac{1}{2}b + \sqrt{\frac{1}{4}bb - bc}$ , en van  $AE \infty \frac{1}{2}b$  genomen  $AD$ , rest  $DE \infty \frac{1}{2}b - \sqrt{\frac{1}{4}bb - bc}$ . Hier moet  $c$  minder wesen als  $\frac{1}{2}b$ .

't Gheen wy nu beschreven hebben, dunckt ons ghenoech tot de ontbindinghe van alle Werck-stucken die niet verder gaen dan tot de Quadraet-cos, en hebbe tot het ghebruyck alleen het bequaemste aen-gheteekent van 't gheen my in de sin ghekomen is. Want dese Verghelijckinghen kunnen door veel wegghen ontbonden worden, soo wel door de andere Kegel-sneden, als door een Rondt, maer die zijn tot 'et ghebruyck soo bequaem niet. Soo yemandt lust heeft, om die door een Parabole te ontbinden, die volghede dese nae-beschreven wijze.

Lacter

Laeter zijn  $xx - px - q \infty 0$ .  
 Beschrijft een Parabole, wiens  
 rechte zijde doet  $\frac{1}{2}p$ , maeckt in  
 deselve  $AF \infty \frac{1}{2}p$ , so sal de or-  
 dentlijcke  $FG$  mede zijn  $\infty \frac{1}{2}p$ ,  
 dan treckt evenwijdigh met  $AF$ ,  
 de Linie  $GH \infty \frac{q}{\frac{1}{2}p}$ , en even-  
 wijdigh met  $FG$  ghetrocken de  
 linie  $CK$ , dan is  $CH$  de weerde  
 van  $x$  doende  $\frac{1}{2}p + \sqrt{\frac{1}{4}pp + q}$ .



Maer so men heeft  $xx + px - q \infty 0$ .

Dan is  $HK$  de weerde van  $x$ ,  
 doende  $-\frac{1}{2}p + \sqrt{\frac{1}{4}pp + q}$ .

Voorts wanneer men heeft  $xx - px + q \infty 0$ ,  
 dan treckt men  $GL \infty \frac{q}{\frac{1}{2}p}$  buyten den Parabole evenwijdigh met  
 $AF$ , en ghetrocken evenwijdigh met  $FG$  de linie  $LN$ , soo is  
 $LN$  of  $LM$  de weerde van  $x$ , doende  $\frac{1}{2}p + \sqrt{\frac{1}{4}pp - q}$ , of  
 $\frac{1}{2}p - \sqrt{\frac{1}{4}pp - q}$ . Hier moet  $\sqrt{q}$  minder zijn dan  $\frac{1}{2}p$ .

Soo men begheert dat de rechte zijde van de Parabole doet  
 de eenheydt, dan steldt  $AF \infty \frac{1}{4}pp$ ,  $FG \infty \frac{1}{2}p$ , en  $GH \infty q$ ,  
 soo mede  $GL$ .

Dit zy ghenoech van 't ontbinden der Vierkant-vergelijckin-  
 ghen, op wat wijze de Verghelijckingen van drie en vier Di-  
 mensien door Linien ontbonden worden, kan men sien in de Ge-  
 ometrie van *Descartes* pag: 390. alwaer 't geschiedt door een Pa-  
 rabole en een Rondt, 't welck de lichtste wijze is, dieder bedacht  
 kan worden, sullen 't derhalven daer by laeten.



## H E T

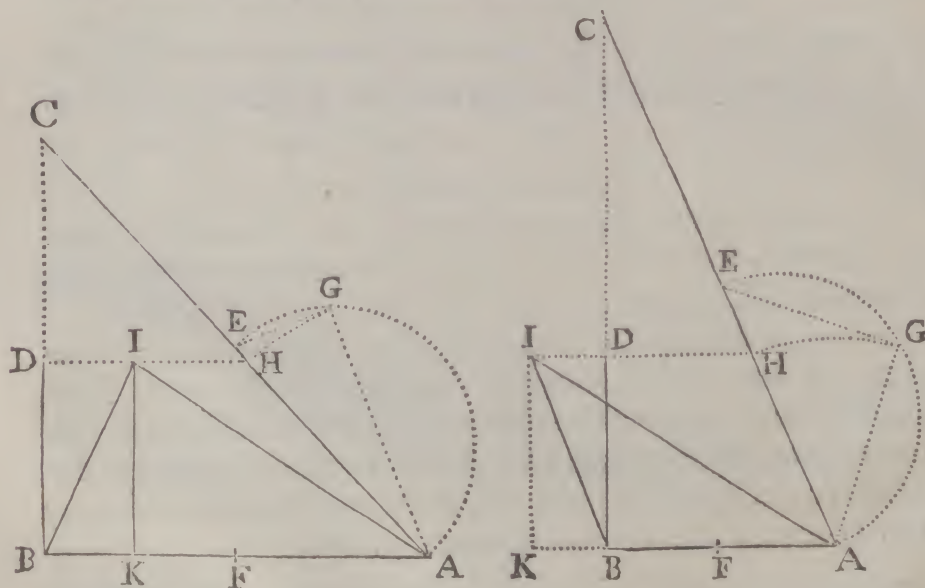
## T W E E D E D E E L,

*Van't ontbinden der Werckstucken.*

**H**oe de bewerckinge die men door Linien doet, tot het ontbinden van Werckstucken toe-ghhepaft wordt, sullen dat vertoon en door de volgende voorstellen.

I.

*Gegeven zijnde van den driehoek  $AI B$ , den basis  $AB$ , de hoogte  $IK$ , en beyde de opstaende zijden  $AI$  en  $IB$  t'samen, de selve opstaende zijden yder besonder te vinden.*



Steldt



## Meet-konst. *Tweede Deel.* 23

Steldt  $AI + IB \propto b$ ,  $AB \propto d$ , soo is  $AF \propto \frac{1}{2}d$ ,  $IK \propto f$ ,  $KF \propto x$ , soo is  $AK \propto \frac{1}{2}d + x$ , en  $KB \propto \frac{1}{2}d - x$ .

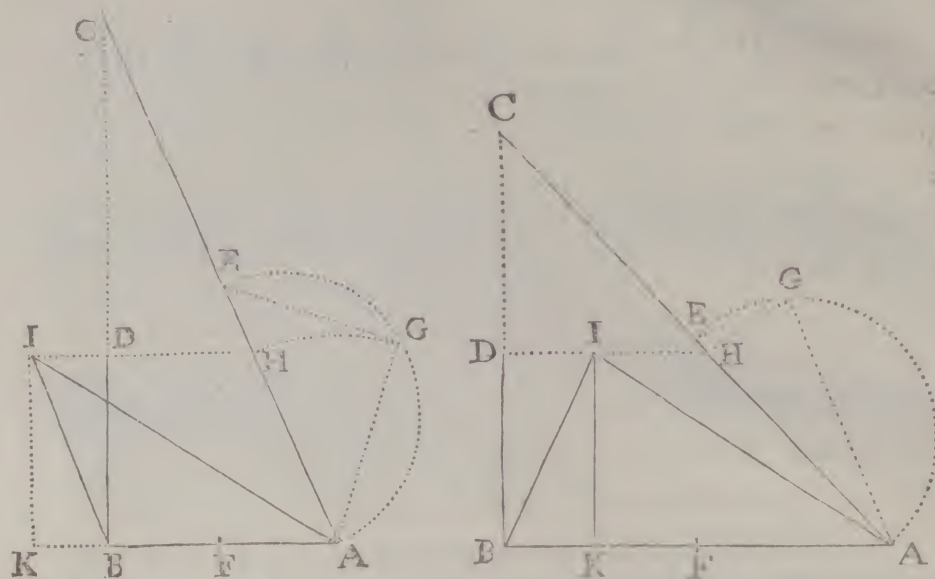
Addeert het vierkant op  $AK$ , tot 'et vierkant op  $IK$ , uyt de som treckt den vierkantwortel komt  $AI \propto \sqrt{ff + \frac{1}{4}dd + dx + xx}$ , op de selve wijze krijght men  $BI \propto \sqrt{ff + \frac{1}{4}dd - dx + xx}$ , so is  $AI + IB \propto b \propto \sqrt{ff + \frac{1}{4}dd + dx + xx} + \sqrt{ff + \frac{1}{4}dd - dx + xx}$ , dit multiplicceert aen weder-zijden in 't vierkant, komt  $bb \propto 2ff + \frac{1}{2}dd + 2xx + 2\sqrt{ff + \frac{1}{4}dd + dx + xx} \sqrt{ff + \frac{1}{4}dd - dx + xx}$  in  $\sqrt{ff + \frac{1}{4}dd - dx + xx}$ , of  $bb - 2ff - \frac{1}{2}dd - 2xx \propto \sqrt{4f^4 + 2ddff + \frac{1}{4}d^4 + 8ffxx - 2ddxx + 4x^4}$ , dit aen weder-zijden in 't vierkant ghemultipliceert, en de ghelijcke wech gedaen, komt  $b^4 - 4bbff - bbdd \propto 4bbxx - 4ddxx$ , alles gedevideert door  $4bb - 4dd$ , komt  $\frac{1}{4}bb - \frac{bbff}{bb - dd} \propto xx$ .

Dat is, als de differentie der vierkanten op  $AI + IB$ , en  $AB$ , tot 'et vierkant op  $IK$ , alsoo 't vierkant op  $AI + IB$ , tot seker vierkant, 't welck ghetrocken van 't vierkant van de helft van  $AI + IB$ , rest het vierkant op  $KF$ .

Dit wordt door Linien ontbonden als volgt, steldt op 't punt  $B$ , de rechthoeckighe  $BC$ , en uyt  $A$  beschrijft de linie  $AC$  zijnde ghelijck de ghegeven-somme van de op-staende zijden, die snijdt de linie  $BC$  in  $C$ , voorts maeckt  $BD$  ghelijck de gegheven  $IK$ , en treckt  $HD$  evenwijdigh met  $AB$ , die snijdt  $AC$  in  $H$ , deeldt nu de linien  $AB$  en  $AC$  yder in twee gelijke deelen, in de punten  $E$  en  $F$ , op  $AE$  maeckt een half rondt, en stelt in 't selve  $AG$  ghelijck  $AH$ , dan ghenomen de spatie  $EG$ , en ghebracht van  $F$  in  $K$ , dan ghesteldt op 't punt  $K$ , den perpendicularer  $KI$ , ten lesten ghetrocken de linien  $AI$ , en  $IB$ , so is den begeerden driehoek  $AIB$ .

Want

24 GEOMETRIA, ofte



Want  $BC \propto \sqrt{bb - dd}$ , is tot  $BD \propto f$ , als  $AC \propto b$ , tot  $\sqrt{\frac{bb \ ff}{bb - dd}}$ , voor  $AH \propto AG$ , dit vierkant ghetrocken van 't vierkant op  $AE \propto \frac{1}{4} bb$ , rest voor 't vierkant op  $EG \propto FK$ ,  $\frac{1}{4} bb - \frac{bb \ ff}{bb - dd}$ .

Soo yemandt lust hadde, wanneer hy een Werck - stuck door Linien ontbonden heeft, om dat te bewijzen, naer de stijl van de oude Meet - konstenaers, die besiet het Boeck *Marini Ghetaldi*, de resol. & Comp. *Mathematica*, en *F. a Schooten de Concinnandis Demonstr.*

Dit



## Meet-konst. *Tweede Deel.* 25

Dit kan door ghetallen ghevolght worden, laet A B zijn 40, de hooghte I K, 12, en beyde de opstaende zijden t'samen 50.

Treect het vierkant op A B, zijnde 1600, van 't vierkant op A C, zijnde 2500, uyt de rest treect den vierkant-wortel, komt 30 voor B C, dan spreekt B C, gheeft A C 50, wat gheeft B D 12, komt voor A H 20, treect het vierkant op A H of A G, zijnde 400, van 't vierkant op A E, zijnde 625, uyt de rest zijnde 225 den vierkant-wortel komt 15 voor E G of K F, dit addeert tot de helft van A B zijnde 20, komt voor A K 35, soo doet B K 5, dan addeert het vierkant op A K, tot 'et vierkant op I K, uyt de som treect den vierkant-wortel, komt A I 37, op de selve wijze komt voor I B 13.

*Anders.*

Wy hebben gevonden  $xx$  dat is 't vierkant op F K  $\propto \frac{1}{4}bb - \frac{bb ff}{bb - dd}$ .  $b$  is  $\propto 50$ ,  $d \propto 40$ , en  $f \propto 12$ , dese ghetallen in de plaats vande letters gestelt, so heeftmen  $xx \propto \frac{1}{4}, 50, 50, - \frac{50, 50}{50, 50} - \frac{12, 12}{40, 40}$ , dat is  $xx \propto 625 - \frac{360000}{900}$ , of  $xx \propto 225$ , so is  $x$  of K F  $\propto 15$ .

Merckt, wanneer der van een Driehoeck ghegheven wordt de differentie der hanghendens Gronden, soo ghebruyckt men de Figuer, alwaer den driehoeck stomphoeckigh is, also 't selve is, of men seyde den basis van een stomp-hoeckighen Driehoeck.

D

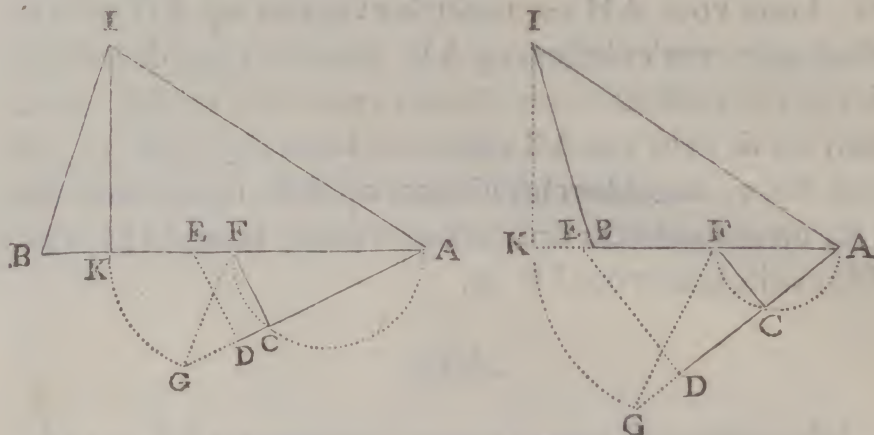
Gege-



# 26 GEOMETRIA, ofte

## II.

Gegeven zijnde van den Driehoek  $AIB$ , den basis  $AB$ , de hoogte  $IK$ , en de differentie van de opstaende zijden, deselve opstaende zijden yder besonder te vinden.



Steldt  $AI - IB \propto b$ ,  $AB \propto d$ , soo is  $AF \propto \frac{1}{2}d$ ,  $IK \propto f$ ,  $KF \propto x$ , so is  $AK \propto \frac{1}{2}d + x$ , en  $KB \propto \frac{1}{2}d - x$ .

Hier gewerckt als in 't voorgaende Werckstuck, so verkrijght men wederom  $b^4 - 4bbff - bbdd \propto 4bbxx - 4ddxx$ .

Maer om dat  $d$ , grooter is dan  $b$ , 't welck hier noodtsakelijk wesen moet, so treckt de Vergelijkinge aen weder-zijden van 0, soo heeft men  $-b^4 + 4bbff + bbdd \propto -4bbxx + 4ddxx$ , alles ghedivideert door  $4dd - 4bb$ , soo komter  $xx \propto \frac{bb + \frac{bbff}{dd - bb}}{4}$ .

Dat is, als de differentie der vierkanten op  $AI - IB$ , en  $AB$ , tot 'et vierkant op  $IK$ , alsoo 't vierkant op  $AI - IB$ , tot secker

## Meet-konst. *Tweede Deel.* 27

ker vierkant 't welck gheaddeert tot het vierkant op de helft van  $AI - IB$ , komt het vierkant op  $KF$ .

Uyt dit ghevonden spruyt de volghende ontbindinghe door Linien; deeldt den ghegeven basis  $AB$ , in twee ghelijck in 't punt  $F$ , maeckt op  $AF$ , het half rondt  $ACF$ , en steldt in de selve  $FC$  ghelijck de halve ghegeven differentie der opstaende zijden, dan ghetrocken deur 't punt  $C$ , de linie  $AD$ , ghelijck de ghegeven hooghte  $IK$ , en  $DE$  evenwijdigh met  $FC$ , voorts maeckt  $CG$  ghelijck  $DE$ , en  $FK$  ghelijck  $FG$ , dan steldt op 't punt  $K$  den ghegeven perpendicular  $IK$ , ten lesten ghetrocken de linien  $AI$ , en  $IB$ , soo is  $AI B$ , den begeerden Driehoek.

Want  $AC \propto \sqrt{\frac{1}{4}dd - \frac{1}{4}bb}$ , is tot  $FC \propto \frac{1}{2}b$ , als  $AD \propto f$  tot  $DE \propto GC \propto \sqrt{\frac{\frac{1}{4}bb - ff}{\frac{1}{4}dd - \frac{1}{4}bb}}$ , tot dit vierkant addeert het vierkant op  $FC \propto \frac{1}{4}bb$ , komt het vierkant op  $GF \propto KF \propto \frac{1}{4}bb + \frac{bb - ff}{dd - bb}$ .

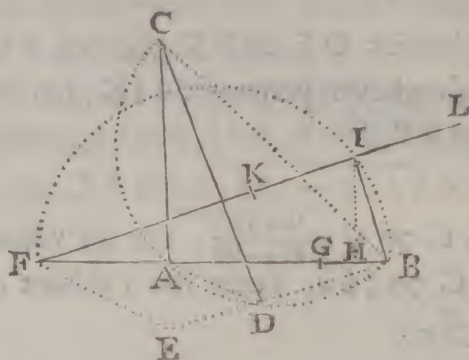
Wanneer dan  $AB$  doet 40, de hooghte  $IK$  12, en de differentie van de opstaende zijden 24, soo doet  $AF$ , 20.  $FC$ , 12. en  $AD$ , 12.

Treect het vierkant op  $FC$ , van 't vierkant op  $AF$ , uyt de rest den vierkant-wortel, komt 16 voor  $AC$ , dan als  $AC$  tot  $FC$ , alsoo  $AD$ , tot 9 voor  $DE$ , of  $CG$ , addeert de vierkanten op  $GC$  en  $FC$  t'saemen uyt de som den vierkant-wortel komt 15, voor  $GF$ , of  $KF$ , dit ghedaen tot  $AF$  20, komt 35 voor  $AK$ , soo doet  $KB$  5, de rest als in 't voor-gaende Werck-stuck.



### III.

Ghegeven zijnde in den rechthoeckighen Driehoek  $FIB$ , rechthoeckigh in  $I$ , de differentie der rechthoeck-zijden  $FI$ , en  $IB$ , als mede de differentie der hangendens gronden  $FH$  en  $HB$ .



Steldt FI — IB  $\propto b$ , FH — HB  $\propto d$ , FB  $\propto x$ , soo is FL  $\propto \frac{dx}{b}$ , Want den rechthoek LFK, is gelijk den rechthoek BFG.

Treect FK  $\propto b$ , van FL  $\propto \frac{dx}{b}$ , rest KL  $\propto \frac{dx - bb}{b}$ , hier van de helft, komt KI of IB  $\propto \frac{dx - bb}{2b}$ , diens vierkant zijnde  $\frac{ddxx - 2dbbx + b^4}{4bb}$ , ghetrocken van 't vierkant op FB  $\propto xx$ , rest het vierkant op FI  $\propto \frac{4bbxx - ddxx + 2dbbx - b^4}{4bb}$ . IK is ghevonden  $\frac{dx - bb}{2b}$ , hier by addeert FK  $\propto b$ , komt FI  $\propto \frac{dx + bb}{2b}$ , diens vierkant is  $\frac{ddxx + 2dbbx + b^4}{4bb}$ , 't selve is ghe-



## Meet-konst. *Tweede Deel.* 29

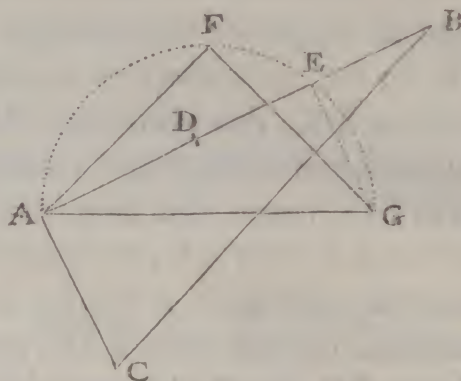
is ghelijck het voor-gehvonden vierkant op FI. Soo hebben wy  $4bbxx - ddxx + 2dbbx - b^4 \propto ddxx + 2bbdx + b^4$ , treckt de Vergelijkinghe van malkander, rest  $4bbxx - 2ddxx - 2b^4 \propto 0$ , of  $4bbxx - 2ddxx \propto 2b^4$ , divideert alles door  $2bb - dd$ , komt  $xx \propto \frac{b^4}{2bb - dd}$ . Dit gebracht tot de proportie komt als  $\sqrt{2bb - dd}$ , tot  $b$ , also  $b$ , tot  $x$ .

Hier uyt komt de volghende Ontbindinghe door Linien voort, steldt AB, en AC rechthoeckigh op malkander, yder ghelijck de ghegheven FK, dan ghetrocken BC, en op deselve als middel-lijn een half rondt, waer in maeckt CD, ghelijck de ghegheven FG, voorts deur de punten B en D, beschrijft BE, ghelijck AB, dan AD, en evenwijdigh met deselve EF, die snijdt de verlenghde AB in F, Nu beschreven op FB als middel-lijn, het half rondt FIB, en van FB ghenomen de ghegheven FG, de rest GB verdeeldt in twee ghelijck in H, dan ghetrocken de rechthoeckighe HI, die snijdt het half rondt in 't punt I, ten lesten treckt FI, en IB, soo is FIB den begheerden Drichoeck.

Want  $DB \propto \sqrt{2bb - dd}$ , is tot  $AB \propto b$ , als  $EB \propto b$ , tot  $FB \propto x$ .

## IIII.

*In den rechthoeckighen Driehoek  $BAC$ , rechthoeckigh in  $A$ , is ghegeven de scheuynsche  $BC$ , en de differentie der rechthoeck-zijden  $BD$ , de selve zijden yder besonder te vinden.*



Stelt  $BD \propto b$ ,  $BC \propto d$ , en  $AE \propto x$ , so is  $AB \propto x + \frac{1}{2}b$ , en  $AC \propto x - \frac{1}{2}b$ .

Het vierkant op  $AB$ , gheaddeert tot 't vierkant op  $AC$ , komt  $2xx + \frac{1}{2}bb$  't selve is  $\propto dd$ , so is  $x \propto \sqrt{\frac{1}{2}dd - \frac{1}{4}bb}$ .

Hier uyt heeft men de volghende ontbindinghe door Linien, steldt  $AF$  en  $FG$  rechthoeckigh op malkander, yder gelijk de helft van de gegeven scheuynsche, treckt  $AG$ , en op de selve als middel-lijn het half rondt  $AFG$ , daer in maectt  $EG$  gelijk de helft van de gegeven  $BD$ , dan treckt deur 't punt  $E$ , de linie  $AB$ , en in deselve steldt  $BE$ , en  $DE$ , yder ghelijck  $EG$ , soo is  $AD$  d'een, en  $AB$  d'ander rechthoeck-zijde.

Want  $AF$  en  $FG$  is yder  $\propto \frac{1}{2}d$ , soo is  $AG \propto \sqrt{\frac{1}{2}dd}$ , en  $EG \propto \frac{1}{2}b$ , soo is  $AE \propto \sqrt{\frac{1}{2}dd - \frac{1}{4}bb}$ .

Wan-



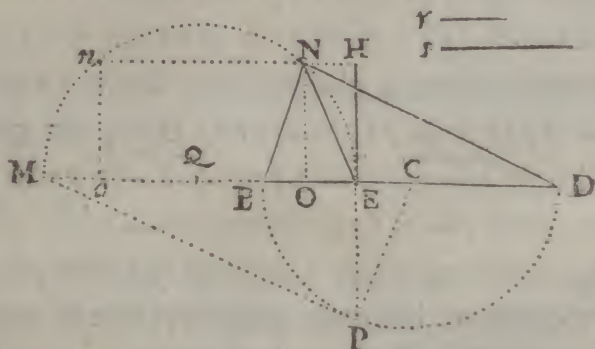
## Meet-konst. *Tweede Deel.* 31

Wanneer men steldt de somme der rechthoeck-zijden  $\propto b$ , de scheuynsche  $\propto d$ , en  $DE$  of  $EB \propto x$ , so komt de Vergelijkinge wederom  $x \propto \sqrt{\frac{1}{2}dd - \frac{1}{4}bb}$ , men maectt als voren  $AF$  en  $FG \propto \frac{1}{2}d$ , soo is  $AG \propto \sqrt{\frac{1}{2}dd}$ , en  $AE \propto \frac{1}{2}b$ , komt  $EG \propto \sqrt{\frac{1}{2}dd - \frac{1}{4}bb}$ , steldt  $DE \propto EG$ , dan  $AC \propto AD$  men heeft het begheerde.

V.

*Ghegeven zijnde van den Driehoek BND, den Basis BD, de hooghte NO, en de reden der opstaende zijden BN, en ND, te weten als r tot s, den Driehoek te vinden.*

Wynemen den Driehoek, als of hy bekend waer, en vertheelen den hoeck BND in twee ghelijck, door de linie NE, soo sal BE mede zijn tot ED, als  $r$  tot  $s$ .



Steldt  $BE \propto f$ , soo is  $ED \propto \frac{f^s}{r}$ ,  $NO \propto c$ , en  $OE \propto x$ , soo is  $BO \propto f - x$ , en  $OD \propto \frac{f^s}{r} + x$ .

Addcert





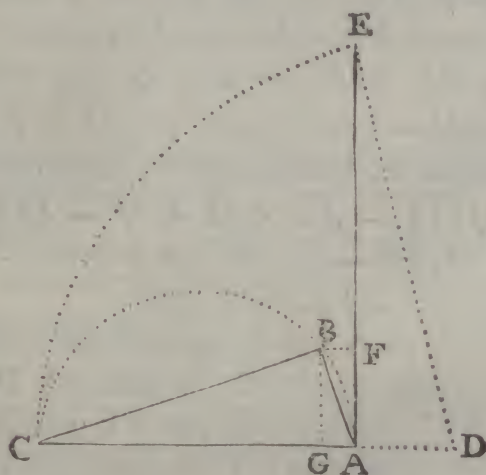
Want ſteldt dat BE doet  $r$ , dan is ED  $\propto s$ , EP  $\propto \sqrt{rs}$ , en EC  $\propto \frac{1}{2}s - \frac{1}{2}r$ , nu als EC tot EP, alfo EP tot  $\frac{2rs}{s-r}$  voor ME, voorts BE doet geen  $r$ , maer  $f$ , daerom  $r$  doet  $f$ , wat doet  $\frac{2rs}{s-r}$ , ſoo komt  $\frac{2fs}{s-r}$  voor ME.

Wijders so treckt op den middellijn  $ME$ , het half ront  $MNE$ , maeckt  $HE$  gelijk de gegeven hooghte, dat is gelijk den vierkant-wortel van de leste term in de vergelijkinge, treckt  $HN$  evenwijdigh met  $BD$ , die snijdt het half rondt in de punten  $nN$ , so is den begeerden driehoek  $BnD$ , of  $BN D$ .

Merckt **NO** moet minder zijn, dan de helft van **ME**.

## VI.

*Gegheven zijnde van den Driehoek  $ABC$ , den hoek  $ABC$  recht, de somma der rechthoek-zijden  $AB$  en  $BC$ , en de hoogte  $BG$ , den driehoek te vinden.*

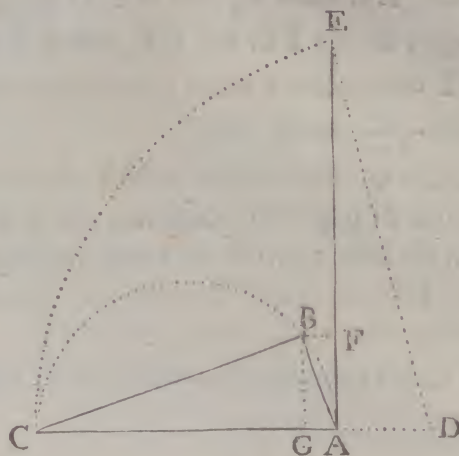


Stellt  $AB + BC \propto b$ ,  $BG \propto d$ ,  $AC \propto x$  en  $AB \propto y$ , so is  $BC \propto b - y$ .

E

Nu





Nu als  $AC \propto x$ , tot  $BC \propto b - y$ , alsoo  $AB \propto y$ , tot  $BG \propto d$ , den rechthoek op de middelste is ghelijck den rechthoek op de buytenste, daerom  $dx \propto by - yy$ , of  $yy - by + dx \propto 0$ , soo is  $y \propto \frac{1}{2}b + \sqrt{\frac{1}{4}bb - dx}$ , of  $\propto \frac{1}{2}b - \sqrt{\frac{1}{4}bb - dx}$ .

Het vierkant op  $AB$  geaddeert tot 't vierkant op  $BC$ , komt het vierkant op  $AC \propto bb - 2by + 2yy$  't selve is  $\propto xx$ , so is  $yy - by + \frac{1}{2}bb - \frac{1}{2}xx \propto 0$ , en  $y \propto \frac{1}{2}b + \sqrt{-\frac{1}{4}bb + \frac{1}{2}xx}$ , het selve is ghelijck de weerde van  $y$ , hier voor ghevonden, soo is  $\frac{1}{2}b + \sqrt{\frac{1}{4}bb - dx} \propto \frac{1}{2}b + \sqrt{-\frac{1}{4}bb + \frac{1}{2}xx}$ , of  $-\frac{1}{4}bb + \frac{1}{2}xx \propto \frac{1}{4}bb - dx$ , en  $xx + 2dx - bb \propto 0$ , soo is de weerde van  $x \propto -d + \sqrt{dd + bb}$ .

Steldt  $DA \propto d$ , en  $AE \propto b$ , op malkander rechthoekigh, verlengt  $DA$ , foodanigh dat  $DC$  is ghelijck  $DE$ , maeckt op den middellijn  $AC$ , een half ront, en  $AF$  gelijck  $DA$ , dan getrocken  $FB$  evenwijdigh met  $DC$ , snijdende het half ront in  $B$ , soo is  $ABC$  den begeerden Driehoek.

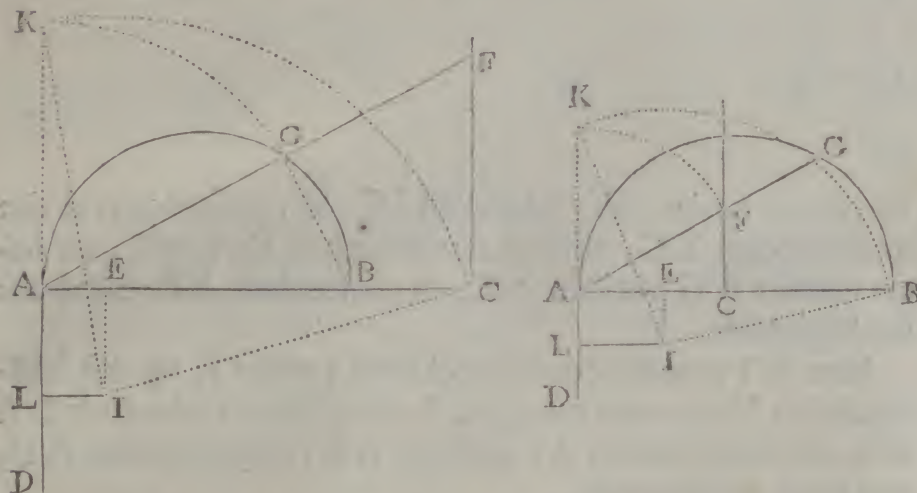
Want  $DE \propto DC$  doet  $\sqrt{dd + bb}$ , so doet  $AC \sqrt{dd + bb} - d$ . Merckt  $AD$  moet minder zijn dan de helft van  $AC$ .

*Gheghe.*



VII.

Ghegeven zijnde het halfrondt  $AGB$ , en in desselfs verlenghde middellijn het punt  $C$ , op welck ghesteldt is, den perpendiculaer  $CF$ , uyt 'et punt  $A$  een linie te trecken, soodanigh dat 'et stuck  $GF$  begrepen tuschen het halfrondt en den perpendiculaer  $CF$ , is ghelyck de ghegeven  $AD$ .



Steldt  $AB \propto b$ ,  $AD \propto d$ ,  $AC \propto f$ , en  $AG \propto x$ , soo is in 't eerste voorval  $AF \propto x + d$ .

Nu als  $AF \propto x + d$ , tot  $AC \propto f$ , alsoo  $AB \propto b$ , tot  $AG \propto x$ , den rechthoeck op de middelste, is gelijk den rechthoeck op de buytenste, daerom  $fb \propto xx + dx$ , so is  $xx + dx - fb \propto 0$ , en  $x \propto -\frac{1}{2}d + \sqrt{\frac{1}{4}dd + fb}$ .

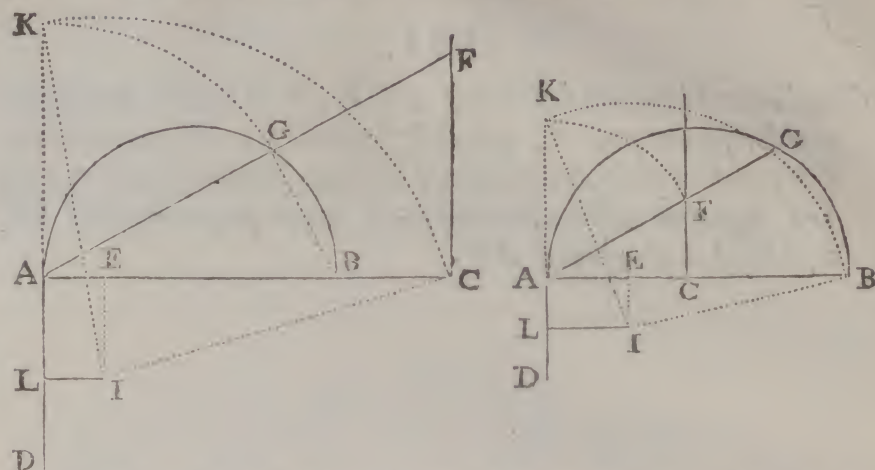
Wanneer men in 't tweede voorval  $AF$  steldt  $\propto x$ , men krijgt deselfde Vergelijckigh. Dese verghelijckigh wordt door Linien ontbonden als volgt.

Steldt  $AD$ , rechthoeckigh op  $AB$ , deeldt de selve  $AD$  in twee ghelyck, maeckt  $LI$  ghelyck de helft van  $BC$ , treckt om

E 2

't center

# 36 GEOMETRIA, ofte



't center I, op den half-middellijn IC, in 't eerste voorval den ronds boogh KC, die snijdt de verlenghde DA in K, ten lesten maectt AG ghelijck AK, en ghetrocken AF, men heeft het begheerde.

Maer in 't tweede voorval treckt om 't center I, op den half-middellijn IB de ronds boogh KB, die snijdt de verlenghde DA in K, ten lesten maectt AF ghelijck AK, en ghetrocken AG, men heeft het begheerde.

Want AL doet  $\frac{1}{2}d$ , LI doet  $\frac{1}{2}f - \frac{1}{2}b$ , in 't eerste voorval, maer in 't tweede  $\frac{1}{2}b - \frac{1}{2}f$ , soo is EC in 't eerste voorval of EB in 't tweede ghelijck  $\frac{1}{2}f + \frac{1}{2}b$ , addeert het vierkant op AL  $\propto$  EI, tot 'et vierkant op  $\frac{1}{2}f + \frac{1}{2}b$ , komt voor 't vierkant op IC  $\propto$  IK in 't eerste voorval, of IB  $\propto$  IK in 't tweede,  $\frac{1}{4}ff + \frac{1}{2}fb + \frac{1}{4}bb + \frac{1}{4}dd$ . Hier van ghetrocken het vierkant op LI, rest voor 't vierkant op KL  $fb + \frac{1}{4}dd$ , hier uyt den vierkant-wortel komt  $KL \propto \sqrt{fb + \frac{1}{4}dd}$ , hier van getrocken AL  $\propto \frac{1}{2}d$  rest AK  $\propto$  AG, in 't eerste voorval, of AK  $\propto$  AF in 't tweede  $\sqrt{fb + \frac{1}{4}dd} - \frac{1}{2}d$ .

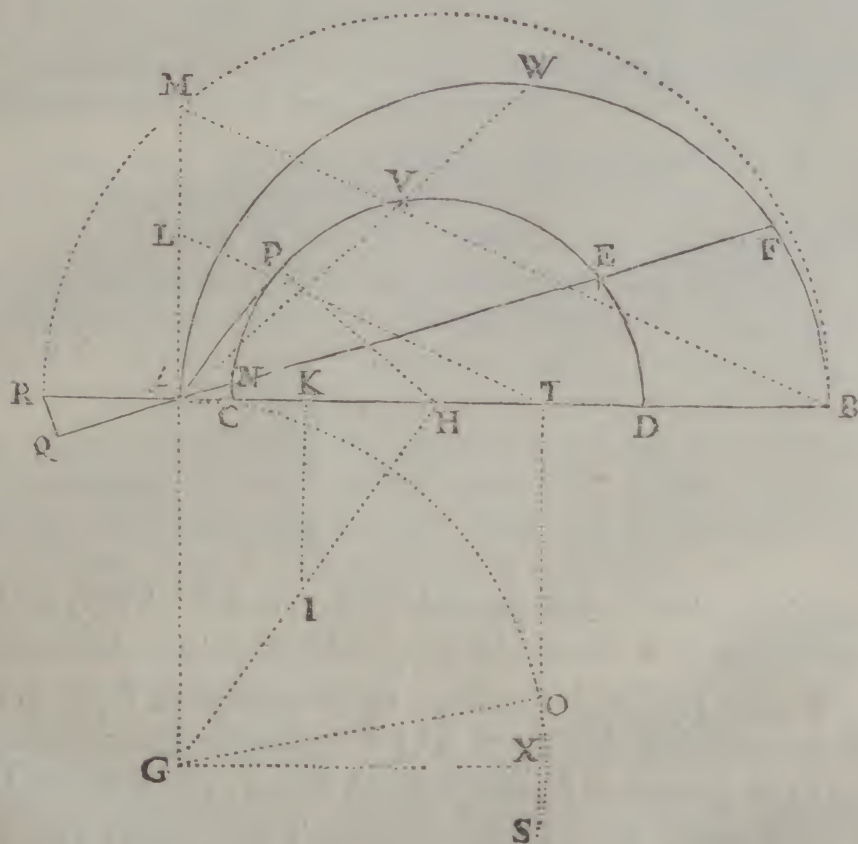
Merckt BC moet in 't eerste voorval kleynder zijn dan AD, en in 't tweede voorval grooter dan AD.

*Gheghe-*

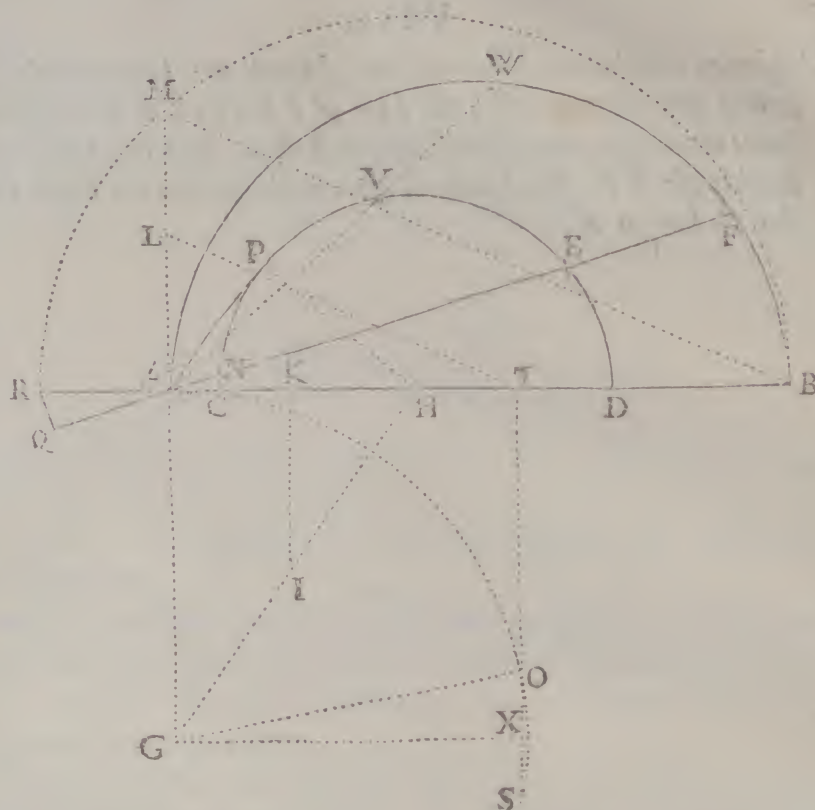


VIII.

Ghegeven zijnde twee halve ronden, staende met haere middel-lijnen op een selve grondt, als hier  $AFB$ , en  $CED$ , tusschen haere omtrecken een rechte Linie te stellen, van een ghegeven lenghte als  $EF$ , streckende tot een van de hoecken der halve ronden als hier in  $A$ .



Wy nemen of 't begeerde van 't Werck-stuck volbracht waer,  
 en dat H het middel-punt is, des halven rondts  $CED$ , en ghe-  
 E 3 maeckt



maectt hebbende  $RH$  ghelijck  $HB$ , soo stelle  $AB \propto a$ ,  $AR \propto b$ ,  $EF \propto d$ , de rakende  $AP \propto f$ , en  $AE \propto x$ , so is  $AF \propto d + x$ .

Treect  $RQ$  rechthoeckigh op de verlenghde  $FA$ , so zijn de dric-hoecken  $AFB$ , en  $AQR$  malkander gelijkformigh, en  $QN$  ghelijck  $EF$ , soo is dan  $AB \propto a$ , tot  $AF \propto d + x$ , als  $AR \propto b$ , tot  $AQ \propto \frac{bd + bx}{a}$ , 't selve treect van  $QN \propto EF \propto d$ , rest  $AN \propto \frac{ad - bd - bx}{a}$ . Voorts so is den rechthoeck  $NA$ ,  $AE$  ghelijck 't vierkant op  $AP$ , soo heeft men

$adx =$



$\frac{adx - bdx - bxx}{a} \propto ff$ , dit over 't kruys ghemultipliceert, en de Vergelijkingh van malkander ghetrocken rest  $bxx + bdx - adx + aff \propto 0$ . en alles deur  $b$  ghedivideert, komt  $xx + dx - \frac{ad}{b}x + \frac{aff}{b} \propto 0$ , stelt  $g$  in de plaats van  $\frac{ad}{b} - d$ , en  $bb$  in de plaats van  $\frac{aff}{b}$ , so heeftmen  $xx - gx + bb \propto 0$ , en  $x$  is dan  $\propto \frac{1}{2}g + \sqrt{\frac{1}{4}gg - bb}$ , of  $\frac{1}{2}g - \sqrt{\frac{1}{4}gg - bb}$ .

Om de lenghte van  $g$  te krijghen, steldt men als  $AR \propto b$ , tot  $AB \propto a$ , alsoo  $EF \propto d$ , tot  $\frac{ad}{b}$ , hier  $d$  af ghetrocken, soo heeft men  $g$ , en om de lenghte van  $b$  te krijghen steldt men, als  $AR \propto b$ , tot  $AB \propto a$ , alsoo  $ff$  tot  $bb$ .

Om dit door Linien op te lossen, soo beschrijft op  $R B$  als middel - lijn het half rondt  $R M B$ , en treckt recht-hoeckigh deur  $A$ , de Linie  $M G$ , dan maeckt  $A L$ , ghelijck  $A P$ , voorts ghetrocken  $M B$ , en evenwijdigh met de selve  $L T$ , die snijdt  $AB$  in 't punt  $T$ , dan ghetrocken de recht-hoeckighe  $T S$ , en steldt uyt  $H$  zijnde het middel-punt des half rondts  $C E D$ , de spatie  $H K$  ghelijck  $A R$ , en maeckt  $K I$  ghelijck de ghegeven Linie  $E F$ , dan ghetrocken de Linie  $H I$ , die snijdt  $A G$  in 't punt  $G$ , nu steldt om 't center  $G$ , op den half-middel-lijn  $A G$ , den ronts boogh  $A O S$ , die snijdt de linie  $T S$ , in de punten  $O$  en  $S$ , dan gemaeckt  $A E$  ghelijck  $T S$ , en  $A V$  ghelijck  $T O$ , maerfoo den rondts booghe  $A O S$ , de recht-hoeckighe  $T S$ , niet en snijdt noch en raeckt, soo is 't Werckstuck onmoghelijk: ten lesten ghetrocken uyt  $A$  deur de punten  $E$  en  $V$ , de Linien  $A F$ , en  $A W$ , soo sal  $E F$  en  $V W$  ghelijck wesen met de gegeven Linie  $E F$ .

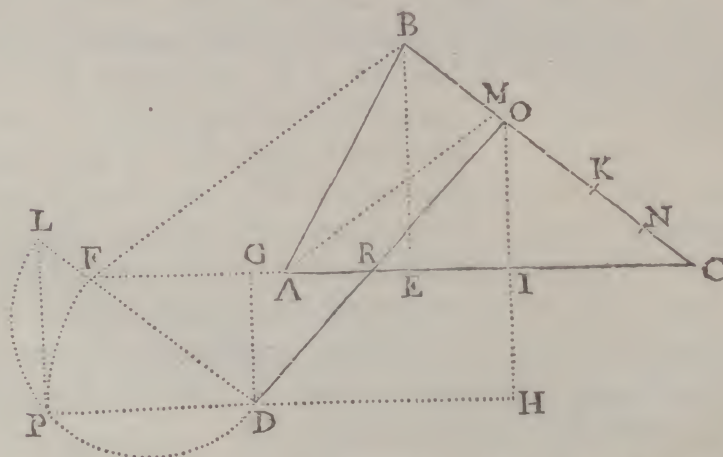
Want  $AM \propto \sqrt{ab}$ , is tot  $AB \propto a$ , als  $AL \propto f$ , tot  $AT \propto \sqrt{\frac{aff}{b}}$ , daer voor is hier vooren ghesteldt  $\sqrt{bb}$ , dat is  $b$ . Voorts treckt  $RA \propto b$ , van  $RH \propto \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b$ , rest  $AH \propto \frac{1}{2}a - \frac{1}{2}b$ , dan

dan als  $HK \propto RA \propto b$ , tot  $KI \propto d$ , also  $AH \propto \frac{1}{2}a - \frac{1}{2}b$ , tot  $AG \propto \frac{\frac{1}{4}ad - \frac{1}{4}bd}{b}$ , daer voor is hier vooren ghesteldt  $\frac{1}{2}g$ , dan getrocken het vierkant op  $AT \propto GX$ , van't vierkant op  $AG \propto GO$ , rest  $\frac{1}{4}gg - hb$ , voor't vierkant  $OX$ , hier uyt den vierkant-wortel, komt  $OX$ , of  $XS \propto \sqrt{\frac{1}{4}gg - hb}$ , dit gheaddeert tot  $AG \propto TX$ , komt  $\frac{1}{2}g + \sqrt{\frac{1}{4}gg - hb}$ , voor  $TS$ , en't selve ghetrocken van  $TX$ , rest  $\frac{1}{2}g - \sqrt{\frac{1}{4}gg - hb}$ , voor  $TO$ .

En alfoo met andere voorvallen, wanneer men maer op 't be-  
gheerde acht neemt.

## IX.

*Een gegeven Driehoek als  $ABC$ , uyt een gegeven punt als  $D$ , buyten de selve in een gegeven reden te deelen.*



Steldt  $GC \propto a$ ,  $AC \propto b$ ,  $EC \propto c$ ,  $DG \propto d$ ,  $BE \propto f$ ,  $BC \propto g$ , den Driehoek  $ROC$ , tot den Driehoek  $ABC$ , als  $k$  tot  $l$ , en  $OC \propto x$ .

Als



# Meet-konst. Tweede Deel. 41

Als  $BC \propto g$ , tot  $BE \propto f$ , alsoo  $OC \propto x$ , tot  $\frac{f^x}{g}$ , voor  $OI$ ,  
 en als  $BC \propto g$ , tot  $EC \propto c$ , alsoo  $OC \propto x$ , tot  $\frac{c^x}{g}$ , voor  $IC$ ,  
 treckt  $IC \propto \frac{c^x}{g}$ , van  $GC \propto a$ , rest  $GI \propto DH \propto a - \frac{c^x}{g}$ ,  
 dan addeert  $IO \propto \frac{f^x}{g}$  tot  $HI \propto DG \propto d$ , komt  $HO \propto d + \frac{f^x}{g}$ .  
 Nu als  $HO \propto d + \frac{f^x}{g}$  tot  $DH \propto a - \frac{c^x}{g}$ , alsoo  
 $IO \propto \frac{f^x}{g}$ , tot  $IR \propto \frac{afgx - cf^xx}{dgg + fg^x}$ , hier by addeert  $IC \propto \frac{c^x}{g}$ ,  
 komt  $RC \propto \frac{afx + cd^x}{dg + f^x}$ , dit gemultipliceert met  $IO \propto \frac{f^x}{g}$ ,  
 komt voor twee mael den Driehoek  $ROC$ ,  $\frac{aff^xx + cdf^xx}{dgg + fg^x}$ ,  
 dit is tot twee-mael den heelen Drie-hoeck  $ABC \propto bf$ , als  
 $k$  tot  $l$ , Den rechthoeck op de buytenste, is ghelijck den recht-  
 hoeck op de binnenste, daerom  $\frac{aff^xx + cdf^xx}{dgg + fg^x} \propto bfk$ , dit  
 over 't kruys ghemultipliceert, deur  $f$  ghedivideert, en de ver-  
 ghelijkingh van malkander ghetrocken rest

$alfxx + cdlxx - bfgkx - bdggk \propto 0$ , alles gedivideert  
 deur  $alf + cdl$ , komt  $xx - \frac{bfgk}{alf + cdl}x - \frac{bdggk}{alf + cdl} \propto 0$ .  
 Stelt  $m$ , in de plaets van  $\frac{bfgk}{alf + cdl}$ , komt  $xx - mx - \frac{dg}{f}m \propto 0$ ,  
 steldt  $n$ , in de plaets van  $\frac{dg}{f}$ , so heeftmen  $xx - mx - mn \propto 0$ ,  
 en  $x \propto \frac{1}{2}m + \sqrt{\frac{1}{4}mm + mn}$ .

Om nu de lenghte van  $m$  te krijghen, soo is  $BE \propto f$ , tot  $EC$   
 $\propto c$ , als  $DG \propto d$ , tot  $FG \propto \frac{cd}{f}$ , hier by ghedaen om de  $a$  te  
 krijghen  $GC \propto a$ , komt  $\frac{af + cd}{f}$  voor  $FC$ , dan als  $FC \propto$   
 $\frac{af + cd}{f}$ , tot  $AC \propto b$ , alsoo  $BC \propto g$ , tot  $MC \propto \frac{bfg}{af + cd}$ ,  
 nu als  $l$  tot  $k$ , alsoo  $\frac{bfg}{af + cd}$  tot  $KC \propto m$ .

En om de lenghte van  $n$  te krijghen steldtmen als  $BE \propto f$ , tot  
 $DG \propto d$ , also  $BC \propto g$ , tot  $DF \propto n$ .

F

Om



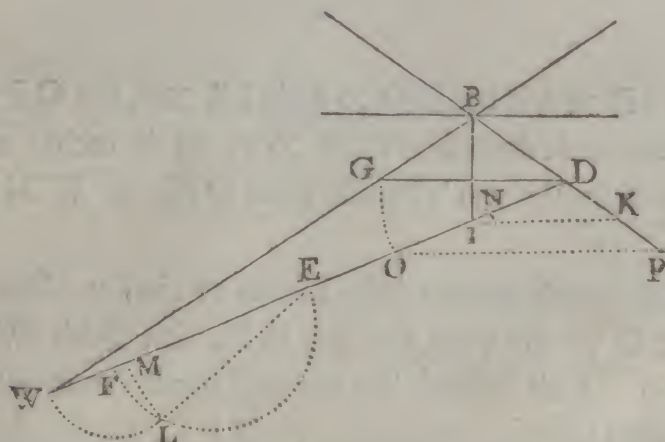


X.

*Van yder Parallel in een Sonne-wijfer de rechte en dwersche zijde te vinden, als mede het Brandt-punt, waer door dan de selve Parallel met een draet getrocken kan worden.*

*Het eerste voorval, zijnde de Kegel-sneede een Ellipsis.*

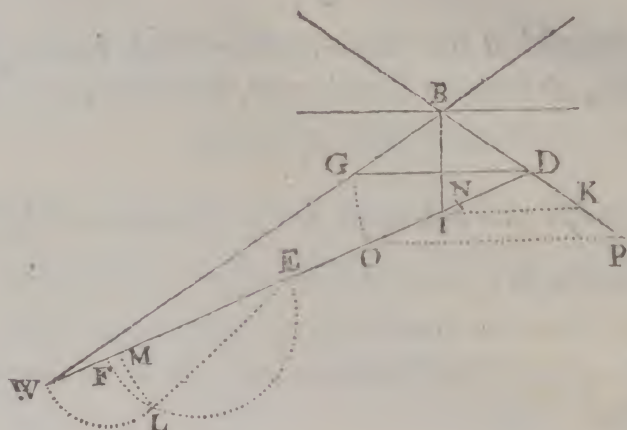
Laeter wesen  $BI$ , de asse des Wereldts, den hoeck  $BI D$  sijn verheffinge boven de Sonne-wijfer, en den hoeck  $BKI$  de Declinatie des ghegheven Parallels, soo is  $DW$  de dwersche van den Ellipsis.



Wanneer men stelt  $GD \propto a$ ,  $IK \propto b$ , en  $ID \propto c$ , so doet de rechte zijde  $\frac{ab}{c}$ . Om dese rechte zijde door Liniente vinden stelt  $DO$  ghelijck  $GD$ , en treckt  $OP$  evenwijdigh met  $IK$ , soo is  $OI$  de begeerde rechte zijde.

F 2

Want



Want  $ID \propto c$ , is tot  $DO \propto a$ , als  $IK \propto b$ , tot  $OP \propto \frac{ab}{c}$ .

Soo men nu de dwersche stelt  $\propto q$ , en de rechte zijde  $\propto r$ ,  
 foo is de distantie van 't Brandt-punt DN, of WM  $\propto \frac{1}{2}q -$   
 $\sqrt{\frac{1}{4}qq - \frac{1}{4}qr}$ .

Om dese brandt-punten door Linien te vinden , soo deeldt de dwersche  $DW$  in twee ghelijck in  $E$  , dan steldt  $WF \propto \frac{1}{4}r$  , maeckt op  $EF$  als middel-lijn een half rondt , en in deselve  $FL \propto WF$  , ten lesten ghenomen de spatie  $EL$  , en die ghestelt van  $E$  in  $M$  , soo is  $M$  het begheerde brandt-punt , maeckt  $DN \propto WM$  , so is  $N$  het ander brandt-punt .

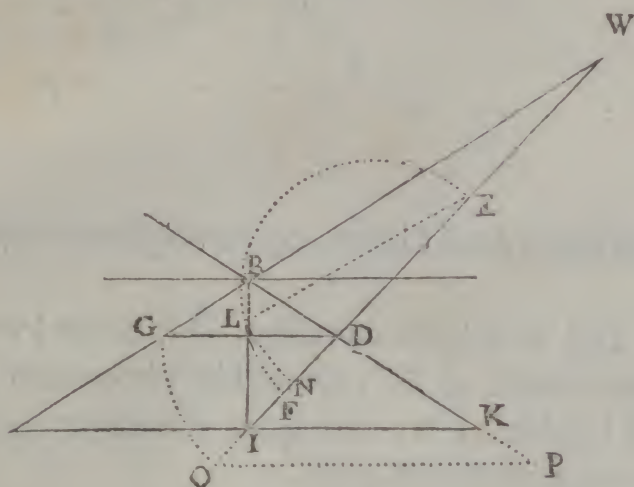
Want het vierkant op F L  $\propto \frac{1}{4}r$ , ghetrocken van 't vierkant op F E  $\propto \frac{1}{2}q - \frac{1}{4}r$ , rest het vierkant L E  $\propto$  M E  $\propto \frac{1}{4}qq - \frac{1}{4}qr$ , hier uyt den vierkant-wortel, komt M E  $\propto \sqrt{\frac{1}{4}qq - \frac{1}{4}qr}$ , soo is W M  $\propto \frac{1}{2}q - \sqrt{\frac{1}{4}qq - \frac{1}{4}qr}$ .

Het



*Het tweede voor-val, zijnde de Keghel-sneede een Hyperbole.*

Laet wederom zijn BI de Affe des Wereldts, den hoeck BID sijn verheffinghe boven de Sonne-wijser, en den hoeck BKI, de declinatie des ghegeven Parallels. Verlengt de rechte ID, die snijdt de verlenghde GB in W, so is DW de dwersche van den selven Hyperbole.



De Figuer voorts bereydt hebbende als hier nevens, en ghefeldt  $GD \propto a$ ,  $IK \propto b$ , en  $ID \propto c$ , soo is de rechte zijnde, gelijk in't eerste voorval  $\propto \frac{ab}{c}$ , en wordt even op de felve wijze door Linien ghevonden, te weten, voor de rechte zijde de lenghte  $OP$ .

Soo men wederom de dwersche stelt  $\propto q$ , en de rechte zij-  
 de  $\propto r$ , so is de distantie D'N van 't Brant-punt  $\propto \sqrt{\frac{1}{4} q q + \frac{1}{4} q r}$   
F 3

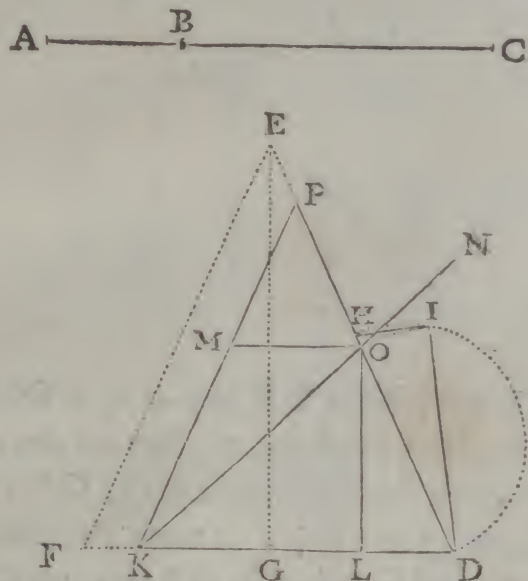




XI.

*Een gegeven Ellipsis, of Hyperbole, yzt een rechte Regel te snijden,  
hebbende een gegeven form.*

*Het eerste voor-val, een Ellipsis.*



Van den gegeven Ellipsis, is  $BC$  de dwersche, en  $AB$  de rechte zijde, de selve uyt een Keghel te snijden, hebbende de form als  $DEF$ .

Wy onderstellen dattet Werck-ftuck ghemaeckt is, en dat den Kegel zy  $DPK$  ghelijckformigh met  $DEF$ , de dwersche der sneede  $OK$  ghelijck de ghegheven  $BC$ , en de rechte-zijde  $NO$  gelijk de gegeven  $AB$ , voorts getrocken  $OL$  rechthoeckigh, op  $DK$ , en  $OM$  parallel met  $DK$ .

Stelt  $DG \propto a$ ,  $GE \propto b$ ,  $OK \propto q$ , de rechte zijde  $NO \propto r$ ,  
 $DL \propto$

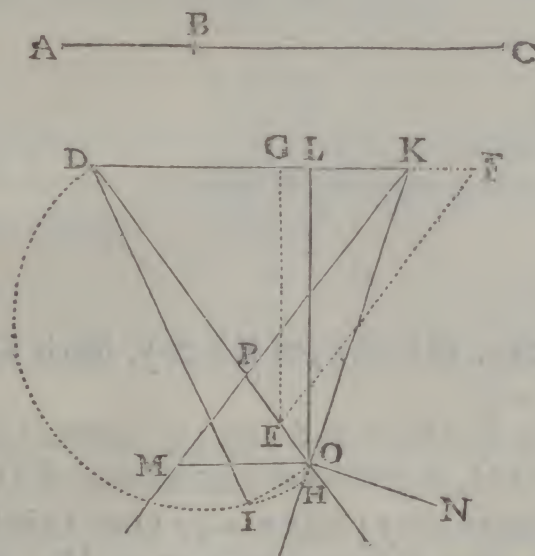




Meet-konst. *Tweede Deel.* 49

neemt de spatie  $DI$  en steldt die van  $D$  in  $O$ , voorder neemt de spatie van de gegheven dwersche  $BC$ , en brengt die van  $O$  tot in de verlenghde  $DL$ , komt in  $K$ , ten lesten getrocken  $PK$  evenwijdigh met  $EF$ , soo heeft men het begeerde.

*Het tweede voor-val, een Hyperbole.*



Van den ghegheven Hyperbole, is  $BC$  de dwersche, en  $AB$  de rechte zijde, de selve uyt een rechte Kegel te snijden, hebben de de form als  $DEF$ .

Wy stellen wederom dat 'et Werck-stuck volbracht is, en dat den Kegel zy E P M, de dwersche der sneede O K ghelijck de ghegheven B C, en de rechte zijde N O ghelijck de ghegheven A B, voorts ghetrocken O L recht-hoeckigh op K D, en O M parallel met K D.

Stelt  $DG \propto a$ , en  $GE \propto b$ , de dwersche  $KO \propto q$ , de rech-  
 te zijde





## Meet-konst. *Tweede Deel.* 51

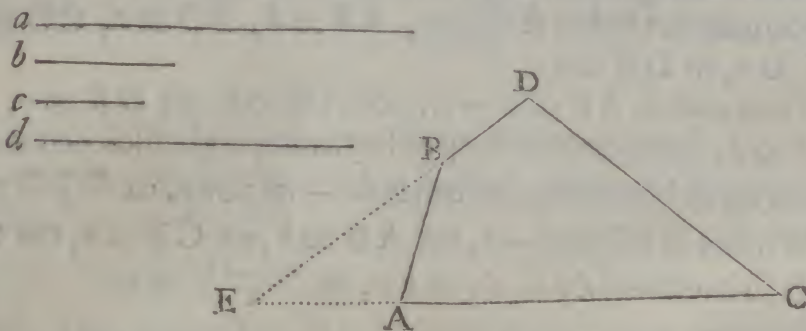
zijde, dan ghenomen de spatie  $DI$ , en die ghebracht van  $D$  in  $O$ ,  
voorder steldt uyt  $O$  de spatie van de ghegheven dwersche  $BC$ ,  
inde verlenghde  $DL$  komt in  $K$ , ten lesten ghetrocken  $KPM$   
evenwijdigh met  $FE$  men heeft het begeerde.

Hier moet men bemercken dat  $OL$  minder moet zijn dan de  
gegeven dwersche, want anders is het werckstuck onmogelijk.

Besiet op dit werckstuck de 30 en 31 Prop. Apoll. het 6 boek.  
Soo veel den Parabole aengaet dat is licht.

### XII.

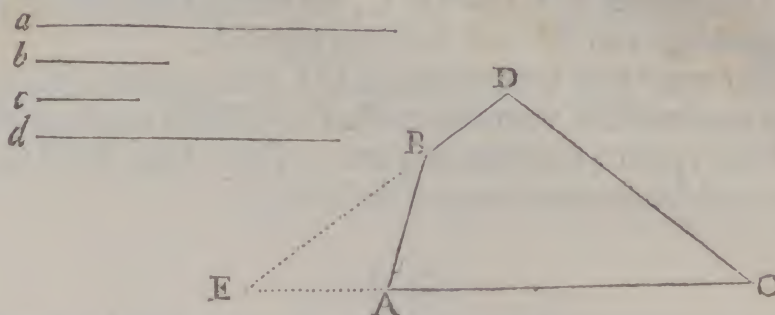
*Van de vier gegeven Linien  $a, b, c$ , en  $d$ , een vierhoek te maecken,  
door wiens hoecken een rondt kan beschreven worden, soodanigh  
dat  $a$  kome over  $c$ .*



Wy onderstellen dat 'et begeerde van 't werck-stuck volbracht  
is, en dat den vierhoek zy  $ABDC$ , soo men de zijden  $DB$  en  
 $CA$ , verlengt die ontmoeten malkander in  $E$ , sulc dat de drie-  
hoecken  $EDC$ , en  $EAB$  malkander gelijkformigh zijn, want

G 2

de twee



de twee overstaende hoecken van een vierhoek in een rondt beschreven, zijn gelijk met twee rechte hoecken.

Soo men dan stelt  $AC \propto a$ ,  $AB \propto b$ ,  $BD \propto c$ ,  $CD \propto d$ ,  $CE \propto x$ , en  $DE \propto y$ .

Voor eerst is  $AE \propto x - a$ , tot  $AB \propto b$ , als  $DE \propto y$ , tot  $CD \propto d$ , den rechtehoek op de buytenste, is ghelyk den rechtehoek op de binnenste, daerom is  $dx - ad \propto by$ , en  $\frac{dx - ad}{b} \propto y$ .

Wijders is  $BE \propto y - c$ , tot  $AB \propto b$ , als  $CE \propto x$ , tot  $CD \propto d$ , so heeft men  $dy - cd \propto bx$ , en  $\frac{dy - cd}{b} \propto x$ .

Doet de  $y$  wech, dat is stelt  $\frac{dx - ad}{b}$  in de plaats van  $y$ , komt  $\frac{ddx - add}{b} - cd \propto bx$ , so is  $add + bcd \propto ddx - bbx$ , en  $\frac{add + bcd}{dd - bb} \propto x$ .

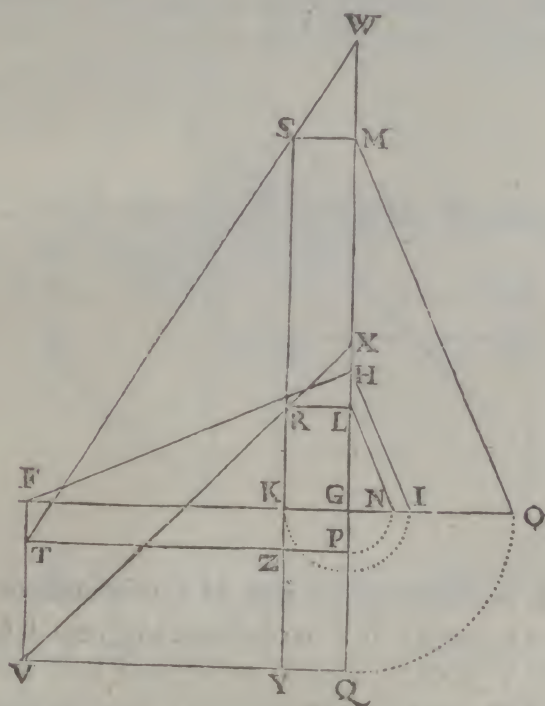
Hier voorens was  $dx - ad \propto by$ , stelt  $\frac{dy - cd}{b}$  in de plaats van  $x$ , komt  $\frac{ddy - cdd}{b} - ad \propto by$ , so is  $ddy - bby \propto cdd + abd$  en  $y \propto \frac{cdd + abd}{dd - bb}$ .

Men



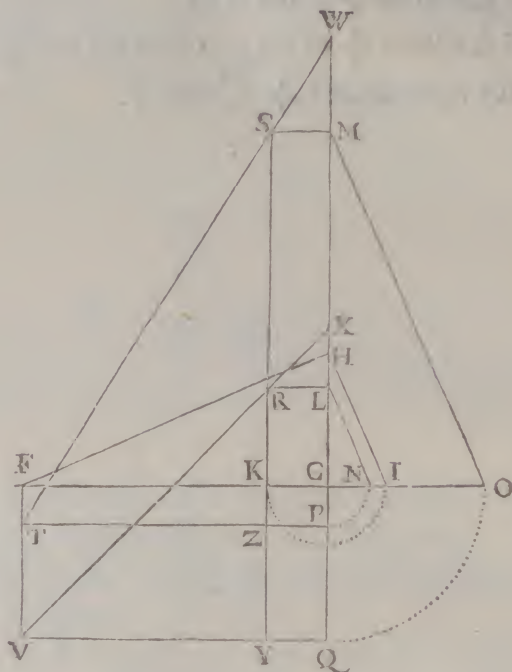
Meet-konst. *Tweede Deel.* 53

Men heeft dan, wanneer men 't tot de proportie brengt, als  $dd - bb$  tot  $d$ , also  $ad + bc$  tot  $x$ , en als  $dd - bb$  tot  $d$ , also  $cd + ab$  tot  $y$ . ofte als  $d - \frac{bb}{d}$ , tot  $d$ , also  $a + \frac{bc}{d}$  tot  $x$ , en also  $c + \frac{ab}{d}$  tot  $y$ .



Om dit door Linien te ontbinden, soo beschrijft F G  $\infty$  de linie *a*, en op de ſelve rechthoeckigh G H  $\infty$  de linie *b*, dan ghetrocken F H, en rechthoeckigh op de ſelve de linie H I, maeckt K G gelijk G I, en SK evenwijdigh met H G, dan gheſteldt G M gelijk de linie *a*, en G L gelijk de linie *c*, en de ghetrocken

G 3 ken



ken  $MO$ , en  $LN$  evenwijdigh met  $HI$ , snijdende de verlenghde  $FG$  in  $N$  en  $O$ , treckt  $FV$  rechtehoekigh op  $FG$ , stelt  $FT \propto GN$ , en  $FV \propto GO$ , voorts getrocken  $SM$  en  $RL$ , evenwijdigh met  $FG$ , ten lesten beschrijft, door de punten  $R$  en  $S$ , delinien  $TW$  en  $VX$ , die snijden de verlenghde  $GH$  in  $X$ , en  $W$ , soo is  $PW$  gelijk de begeerde  $EC$ , en  $QX$  gelijk de begeerde  $DE$ , de rest is licht.

Want  $FG \propto d$  is tot  $GH \propto b$ , als  $GH \propto b$ , tot  $GI \propto \frac{bb}{d}$ ,  
voorts als  $FG$ , tot  $GH$ , alfoo  $GM \propto a$ , tot  $GO \propto \frac{ab}{d}$ , en  
als  $FG$  tot  $GH$ , alfoo  $GL \propto c$ , tot  $GN \propto \frac{bc}{d}$ , treckt  $GI$   
 $\propto$



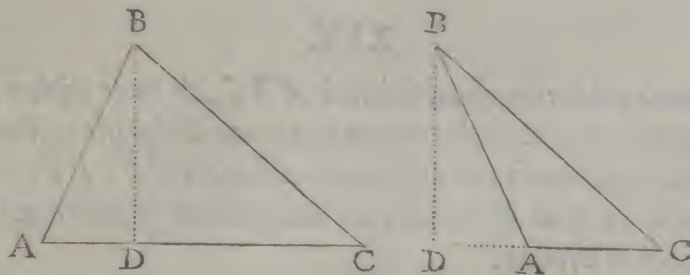
# Meet-konst. *Twede Deel.* 55

$\propto \frac{bb}{d}$ , van  $FG \propto d$ , rest  $FK \propto d - \frac{bb}{d}$ , addeert  $GN \propto \frac{bc}{d}$ , tot  $GM \propto a$ , komt  $ZS \propto a + \frac{bc}{d}$ , nu als  $TZ \propto d - \frac{bb}{d}$ , tot  $TP \propto d$ , alsoo  $SZ \propto a + \frac{bc}{d}$  tot  $WP \propto x$ . Addeert  $GO \propto \frac{ab}{d}$  tot  $GL \propto c$ , komt  $YR \propto c + \frac{ab}{d}$ , wederom als  $VY \propto d - \frac{bb}{d}$ , tot  $VQ \propto d$ , also  $YR \propto c + \frac{ab}{d}$  tot  $QX \propto y$ .

Deze Letter-reekeninge is mede dienstigh tot werck-stucken, die door de tafelen der Hoek-maten uytgereckent worden, gelijk blijkt uyt dese volgende.

## XIII.

*Ghegeven zijnde in den scheef-hoekighen Driehoek ABC, de drie zijden, den hoek A te vinden.*



Steldt  $AB \propto a$ ,  $BC \propto b$ ,  $AC \propto c$ , en  $AD \propto y$ , soo komt in den scherp-hoekighen Driehoek  $AD \propto \frac{cc + aa - bb}{2c}$ , ick menighvuldigh den Noemer en Teller met  $a$ , soo komt  $AD \propto \frac{acc + a^3 - abb}{2ca}$ , dit ghebracht tot de proportie, soo is  $2ca$  tot  $aa + cc - bb$ , als  $a$  tot dese  $AD \propto \frac{acc - a^3 - abb}{2ca}$ .

Hier uyt openbaert hem, voor de scherphoekighe driehoeken, om de hoecken sonder behulp van perpendiculaer te vinden desen reghel.

*Als*

# 56 GEOMETRIA, ofte

*Als tweemaal den rechthoeck op de twee zijden, die den ghesochten hoeck om-vatten, tot de twee vierkanten op de selfde zijden t'samen min 't vierkant op de derde zijde, alsoo den radius, tot sinus Complement van den ghesochten hoeck.*

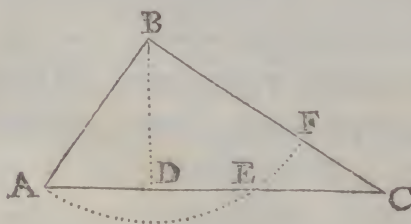
Op de selfde wijze vintmen voor de driehoeken, die den hoeck A stomp hebben desen reghel.

*Als tweemaal den rechthoeck op de twee zijden, die den ghesochten hoeck om-vatten, tot 'et vierkant op de derde zijde, min de twee vierkanten op de zijden aen den ghesochten hoeck, alsoo den radius tot sinus Compl. van 't halfrontschil des gesochten hoeckx.*

Hier mede is 't ghenoech van de Werck - stucken in welck de Verghelijckingen niet hooger loopen, dan tot een, of twee, Dimensien. Volgen eenige die tot drie of vier Dimensien gaen,

## XIV.

*Ghegeven zijnde vanden driehoek ABC, de twee zijden AB, en AC, voorts den rechthoeck gemaect van de kortste opstaende zijde, en de differentie der opstaende zijden als BF, FC, is ghelyck het vierkant op de differentie der hangendens gronden als EC, den driehoek te vinden.*



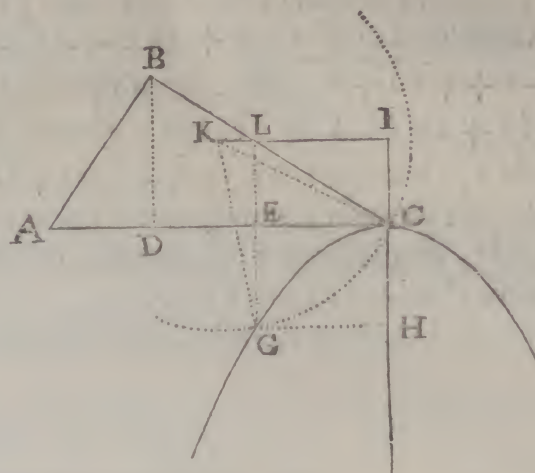
Steldt  $AB \propto b$ ,  $AC \propto d$ ,  $FC \propto x$ , en  $EC \propto y$ , soo is  $AD \propto \frac{1}{2}d - \frac{1}{2}y$ ,  $DC \propto \frac{1}{2}d + \frac{1}{2}y$ , en  $BC \propto b + x$ .

Treect het vierkant op AD, van 't vierkant op AB, rest voor 't vierkant op BD,  $bb - \frac{1}{4}dd + \frac{1}{2}dy - \frac{1}{4}yy$ .

Wederom treect 'et vierkant op DC, van 't vierkant op BC, rest







in 't punt G, voorts treckt G E evenwijdigh met C I, soo is E C de begeerde differentie der hangendens gronden, daerom A E in tweeën gelijk ghedeelt in D, en op 't selve punt gesteldt de rechtehoekighe D B, en uyt A ghetrocken in de selve, de ghegheven A B, ten lesten B C, men heeft het begheerde. en E G sal gelijk wesen met F C.

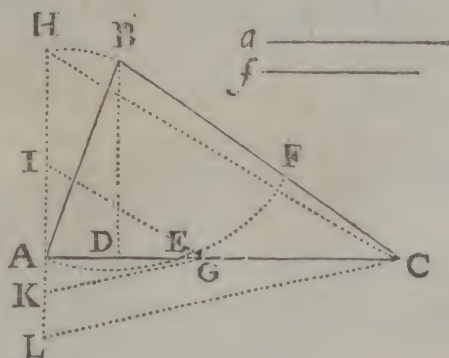
Want, de rechte zijde van den Parabole doet  $b$ ,  $EC$  doet  $y$ , soo is  $EG \propto \frac{yy}{b}$ , hier by gheaddeert  $EL \propto \frac{1}{2}b$ , soo is  $GL \propto \frac{1}{2}b + \frac{yy}{b}$ , en  $KL \propto \frac{1}{2}d - y$ , dese vierkanten t'samen gheaddeert, komt het vierkant op  $KG \propto KC \propto \frac{1}{4}bb + \frac{1}{4}dd - dy + 2yy + \frac{y^4}{bb}$ . Wederom addeert het vierkant op  $IC \propto \frac{1}{2}b$ , tot 'et vierkant op  $KI \propto \frac{1}{2}d$ , komt het vierkant op  $KC \propto \frac{1}{4}bb + \frac{1}{4}dd$ , 't selve is ghelijck het vierkant op  $KC$  hier voor gevonden, treckt de vergelijkinghe van malkander, en alles ghemultipliceert met  $\frac{bb}{y}$ , komt  $y^3 * + 2bb y - bbd \propto 0$ .

Van



## XV.

*Van desen Driehoek  $ABC$ , is ghegheven  $AB$  en  $AC$ , midts-gaders den rechthoek gemaect van de differentie der opstaende zijden, ende de differentie der hanghenaens Gronden als  $EC$ ,  $FC$ , den driehoek te vinden.*



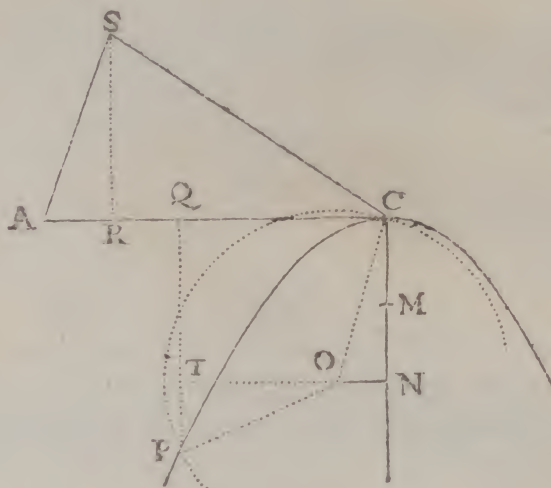
Steldt  $AB \propto b$ ,  $AC \propto d$ , den rechthoeck  $EC$ ,  $FC \propto af$ ,  
 en  $EC \propto y$ , so is  $FC \propto \frac{af}{y}$ , en  $BC \propto b + \frac{af}{y}$ , voorts  $AE$   
 is dan  $\propto d - y$ ,  $AD \propto \frac{1}{2}d - \frac{1}{2}y$ , en  $DC \propto \frac{1}{2}d + \frac{1}{2}y$ .

Treect het vierkant op A D, van 't vierkant op A B, rest voor 't vierkant op B D  $bb - \frac{1}{4}dd + \frac{1}{2}dy - \frac{1}{4}yy$ . Wederom treect het vierkant op D C, van 't vierkant op B C, rest voor 't vierkant op B D,  $bb + 2 \frac{abf}{y} + \frac{aaff}{yy} - \frac{1}{4}dd - \frac{1}{2}dy - \frac{1}{4}yy$ , dit is gelijk het vierkant op B D, hier voor gevonden, doet de ghe-  
lijcke wech, en alles met  $\frac{yy}{d}$  ghemultipliceert komt  $y^3 * - \frac{2abf}{d}y - \frac{aaff}{d} \infty 0$ .

H 2

Om

Omdit door Linien te ontbinden steldt  $AH \propto AB$ , recht-



den top C, een parabole wiens rechte zijde doet  $a$ , en wiens affe

Want



## Meet konst. *Tweede Deel.* 61

Want de rechte zijde van den parabole is  $\propto a$ ,  $QC \propto y$ , soo is  $PQ \propto \frac{yy}{a}$ ,  $CM$  is  $\propto \frac{1}{2}a$ ,  $MN \propto AI \propto \frac{bf}{d}$ , soo is  $CN \propto \frac{1}{2}a + \frac{bf}{d}$ , en  $NO \propto AK \propto \frac{ff}{2d}$ , soo is  $PT \propto \frac{yy}{a} - \frac{1}{2}a - \frac{bf}{d}$ , en  $TO \propto y - \frac{ff}{2d}$ , addeert het vierkant op  $TO$ , tot het vierkant op  $PT$ , komt het vierkant op  $PO \propto OC \propto \frac{y^4}{a^2} - \frac{2bfyy}{ad} - \frac{ff}{d}y + \frac{1}{4}aa + \frac{abf}{d} + \frac{bbff}{dd} + \frac{f^4}{4dd}$ , dan ge- addeert het vierkant  $CN$ , tot 'et vierkant  $NO$ , komt wederom voor 't vierkant  $OC$ ,  $\frac{1}{4}aa + \frac{abf}{d} + \frac{bbff}{dd} + \frac{f^4}{4dd}$ , dit is ghelijck 't vierkant op  $OC$  hier voor ghevonden, doet de ghe- lijcke wech, en alles ghedivideert door  $\frac{y}{aa}$ , komt  $y^3 * - \frac{2abf}{d}y - \frac{aaff}{d} \propto 0$ .

Volgt hier noch een Werck-stuck ghenomen, uyt de Wis- konstige gedachtenissen beschreven door *Symon Stevin*, in 't 2 Boeck der deursichtige, het 6 voorstel.

### XVI.

*Uyt de twee ghegeven punten E en K, twee Linien te trecken tot een begheert punt in den omtreck van 't ghegeven rondt A G B, als EG en GK, soodanigh, dat de Linie CGF (die uyt 'et middel-punt des rondts ghetrocken wordt) den hoeck E G K in twee ghelijck verdeeldt.*

Wy onderstellen dat 'et Werck-stuck ghemaect is, en de Fi- guer bereydt hebbende, als hier volgt, soo stelle  $CG \propto b$ ,  
 $H \quad 3 \qquad CE \propto$



De  
gids  
m  
v  
De L  
100  
-4  
s  
De  
k  
w

13

W



# Meet-konst. Tweede Deel. 63

de ghelijcke wech ghedaen komt  $\frac{+2dx - exx - 2ccx + ccc}{be - 2bx} \infty$

$\sqrt{xx - 2dx + cc}$ , steldt  $g$  in de plaats van  $e - 2d$ , en menighvuldicht aen weder-zijden in 't vierkant, komt

$$\frac{ggx^4 + 4gccx^3 + 4c^2ccx^2 - 4ec^4x + eec^4}{bb ee - 4bb ex + 4bb xx} \infty xx - 2dx + cc.$$

soo heeft men ten lesten

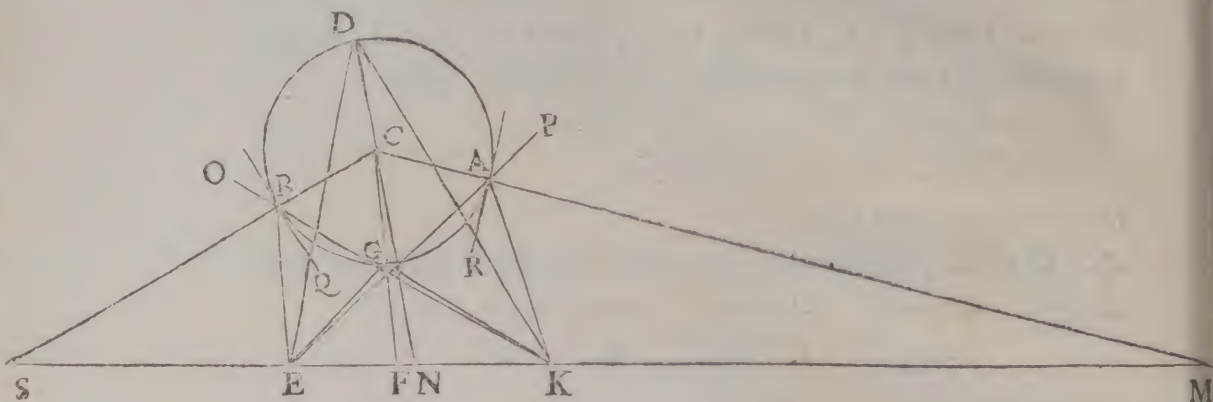
$$\begin{aligned} &+ 4bbx^4 - 4bbe x^3 + bbee xx - 2bb de x + bb cce \infty 0. \\ - gg &- 8bbd &+ 8bb de &- 4bb cc e &- ee c^4 \\ &- 4gcc &+ 4bb cc &+ 4 c^4 e \\ &&+ 2ge cc \\ &&- 4 c^4 \end{aligned}$$

De ghemackelijckste wijze om dese, en de soodanighe Verghelijkinghen op te lossen is dat men, de Letters wech doet, en in de plaats steldt reecken-ghetallen, Als by voorbeeldt laet wesen  $b \infty 6$ ,  $c \infty 13$ ,  $d \infty 5$ ,  $e \infty 14$ ,  $f \infty 12$ , so is  $g \infty 4$ . De Letters wech ghedaen, en ghetallen in de plaats ghesteldt, soo heeft men  $128x^4 - 6160x^3 - 43764xx + 1188152x - 4405492 \infty 0$ . alles ghedivideert door 128, komt

$$x^4 - 48\frac{1}{8}x^3 - 341\frac{29}{32}xx + 9284\frac{7}{16}x + 34417\frac{29}{32} \infty 0.$$

Dese Verghelijkinghe heeft drie waere wortels, en een valsche, die door een Parabole en een rondt ghevonden kunnen worden, te weten EF, EN, en EM, de valsche is SE. Befiet de volgende Figuer.

Hier



Hier voldoet  $E F$  het begeerde voor 't punt  $G$ , en  $E N$  het begeerde voor 't punt  $D$ . Want de linie  $C G F$ , deelt den hoeck  $E G K$  in tweeën gelijk, en de linie  $D C N$  den hoeck  $E D K$ .

Maer in de punten A en B, worden de hoecken EAK, en EBK in twee ghelyk verdeeldt door de linien BQ, en AR, die 't rondt in de gefeyde punten aen-roeren.

Soo dat men dit Werck-stuck, dusdanigh soude kunnen voor-  
stellen.

Uyt de twee ghegeven Brandt-punten E en K, een Ellipsis, of Hyperbole te beschrijven, die een ghegeven rondt aen-raeckt, de raek-punten te vinden.

Welcke raeck-punten dan zijn voor den Ellipsis G, of D, en voor den Hyperbole A of B.

H E T



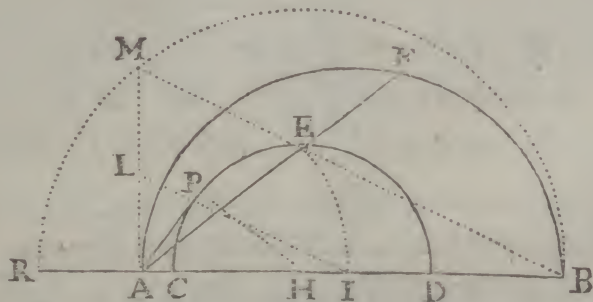
H E T  
D E R D E D E E L,  
*Van 't vinden der grootste en kleynste.*

**H**ET valt in de Meet-konst somtijds voor, datter gevraegt wordt naer de grootste of kleynste, hoe de selve gevonden worden. kan men sien in dese volgende Werck-stucken.

I.

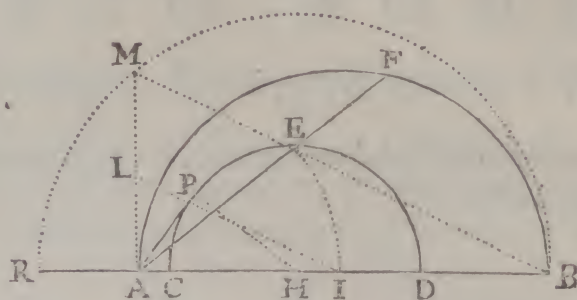
*Ghegeven zijnde twee halve ronden, staende met haere middel-lijnen op een selve grondt, als hier  $AFB$  en  $CED$ , tusschen haere omtrecken een rechte Linie te stellen, soo kleyn als 't moghelyck is, streckende tot een van de hoecken, als hier in  $A$ .*

**D**it voorstel is ontrent het selfde, als 't achtste van 't voorgaende Deel de beteekeninghe der Linien, laetende alsse



daer ghesteldt zijn, soo sullen wy wederom verkrijghen ghelyck aldaer,  $xx + dx - \frac{ad}{b} x + \frac{aff}{b} \propto 0$ , dese Vergelykinghe heeft twee waere wortels, en daer de selve gelijck zijn, is de waerde van

I



de van  $d$ , op sijn kleynste, multipliceert daerom de Verghelijkinghe, met een Arithmetische progressie, ghelijck hier volght:

$$xx + dx - \frac{ad}{b}x + \frac{aff}{b} \infty 0$$

$$0. \quad 1. \quad 2.$$

$$2. \quad 1. \quad 0.$$

$$* + dx - \frac{ad}{b}x + \frac{2aff}{b} \infty 0$$

$$2xx + dx - \frac{ad}{b}x \quad * \infty 0$$

so is  $x \infty \frac{2aff}{ad-bd}$ , en  $x \infty \frac{ad-bd}{2b}$ , dese twee gevonde waerdens van  $x$ , zijn malkander ghelijck, daerom is  $\frac{2aff}{ad-bd} \infty \frac{ad-bd}{2b}$ . dit multipliceert in 't kruys, en divideert alles door  $aa-2ab+bb$ , soo heeft men  $dd \infty \frac{4abff}{aa-2ab+bb}$ , soo is  $d \infty \frac{2f\sqrt{ab}}{a-b}$  voor de kortste linie, hier boven is  $x \infty \frac{ad-bd}{2b}$ , nu ghesteldt  $\frac{2f\sqrt{ab}}{a-b}$  in de plaets van  $d$ , soo heeft men  $x \infty \frac{f\sqrt{ab}}{b}$ . Dat is als  $b$  tot  $\sqrt{ab}$ , alsoo  $f$  tot  $x$ .

Om



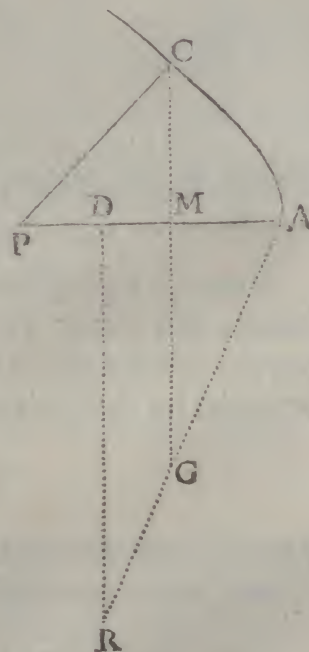
## Meet-konst. *Derde Deel.* 67

Om dit door Linien op te lossen, beschrijftmen uyt H, op den half-middel-lijn H B, het half rondt R M B, en men stelt op A de recht-hoeckighe A M, dan A L ghemaect ghelijck A P, voorts ghetrocken M B, en evenwijdigh met de selve L I, dan beschreven uyt A den booge I E, die snijdt het half rondt C E D in 't punt E, ten lesten treckt men A E F, soo is de linie E F de kortste, die tusschen de omtrecken van de twee halve ronden getrocken kan worden, streckende naer den hoeck A.

### II.

*Uyt een gegeven punt, naer een gegeven Kegel-sneede, de kortste linie te trecken.*

Wanneer 't ghegheven punt, komt in den afs van de Kegel-sneede, dan is de vindinghe, van de kortste Linie genoeg getoont inde Gront der Meet-konst, daer van de rakende linien gheschreven is, hoemen de selve door linien kan vinden, daer toe sal dienen tot voorbeeld den Hyperbole, van welck de dwersche is  $\propto q$ , de rechte zijde  $\propto r$ , A M  $\propto y$ , voor A P is in de gront der Meet-konst pag: 38. gevonden  $y + \frac{ry}{q} + \frac{1}{2}r$ , soo men dat stelt ghelijck een gegheven wijdte als  $b$ , soo is  $y \propto \frac{bq - \frac{1}{2}qr}{q + r}$ , dat is als  $q + r$ , tot  $b - \frac{1}{2}r$ , also  $q$  tot  $y$ .



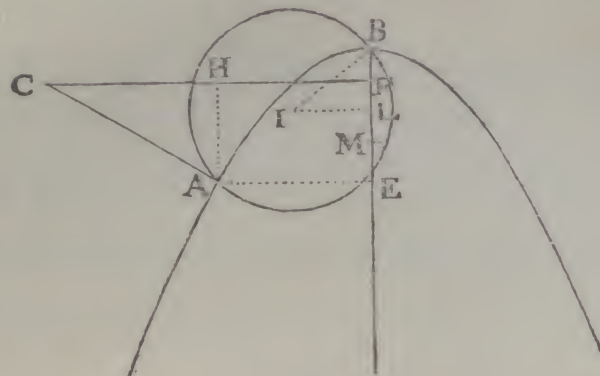
Stelt P D  $\propto$  de halve rechte zijde van P naer A, dan verdeelt

I 2

D A






$$\frac{x^4}{rr} - \frac{2cx}{r} + xx - 2dx + cc + dd - hh \infty 0$$

$$\frac{4x^4}{rr} - \frac{4cx}{r} + 2xx - 2dx \quad * \quad \infty 0, \text{ alles}$$

ghemultipliceert met  $rr$ , en ghedivideert door  $4x$ , komt

$$x^3 * - crx - \frac{1}{2}drr \infty 0$$

$$+ \frac{1}{2}rr$$

Soodanighe Vergelijckingsh kan ontbonden worden, door een parabole en een rondt, nu om dat de tweede term ontbreekt, daerom kan de selfe parabole dienen. Want in 't beslyt van de Grondt der Meet-konst is ghevonden voor de Verghelijckinge van een rondt en een parabole malkander deur-snijdende

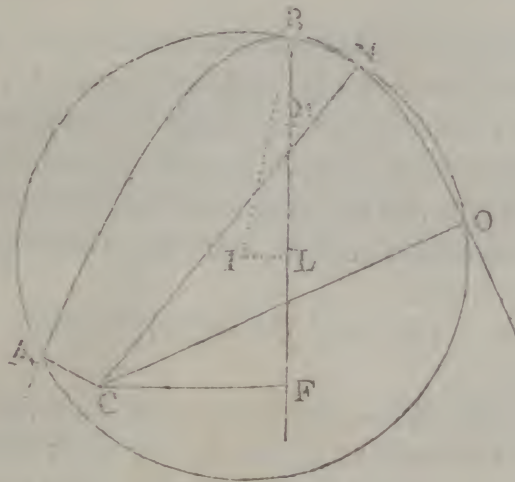




## Meet-konst. *Derde Deel.* 71

des rondts moet koomen aen de selve zijde van den afs, daer de weerde van  $x$  ghevonden wordt.

Hier volgt nu de ontbindinghe door Linien, maeckt  $BM$  ghelijck de halve rechte zijde, en op 't midden van  $FM$ , stelt de rechthoeckighe  $IL$  ghelijck het  $\frac{1}{4}$  van  $CF$ , dan getrocken op den half-middel-lijn  $IB$  het rondt  $AB$ , die snijdt den parabolē in  $A$ , ten lesten beschrijft de begeerde kortste linie  $CA$ .



Hier moet men bemereken, in de tweede Figuer al - waert 't ghegheven punt  $C$  komt binnen den parabolē, daer het rondt de selve noch snijdt in de twee plaetsen  $N$  en  $O$ , dat soo men op de half-middellijnen  $CO$  en  $CN$ , uyt het punt  $C$  ronden beschrijft, dat d' een den parabolē sal aen - raecken aen de binnenkant in 't punt  $O$ , en d' ander aen de buyten - kant in 't punt  $N$ .

Maer

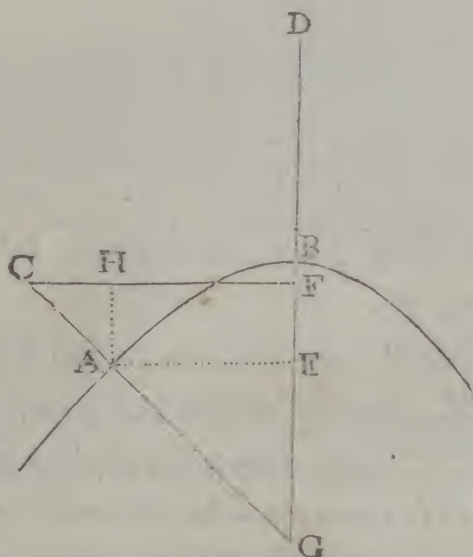




$\infty \frac{1}{3}c - \frac{1}{3}r$ , so is  $BQ \infty \frac{1}{3}c - \frac{1}{3}r$ , want  $BF$  is  $\infty c$ , so is dan  $FR$   
 $\infty$  tweemaal  $BQ$ . Hier mede sal't genoegh zijn vanden parable,  
 sal nu den hyperbole laten volgen, om dat wy in't besluyt van de  
 Grondt der Meetkonst, de vergelijckinge ghetoot hebben van  
 een hyperbole en een rondt malkander deur-snijdende.

### *Den Hyperbole.*

*Men begeert uyt 'et gegeven punt C, tot aen de gegeven Hyperbole  
 AB, een rechte linie te trecken so kort als 't mogelijck is.*



Laet wesen, van desen Hyperbole de dwersche  $\infty a$ , de rechte  
 zijde  $\infty l$ , voorts de figuer bereydt hebbende als hier boven  $CF$   
 $\infty c$ ,  $BF \infty i$ ,  $BD \infty \frac{1}{2}a$ ,  $AE \infty x$ ,  $BE \infty y$ , of  $\sqrt{\frac{1}{4}aa + \frac{axx}{l}}$   
 $-\frac{1}{2}a$ . of so men  $p$  steldt  $\infty \frac{1}{4} + \frac{xx}{la}$ ,  $\infty \sqrt{paa - \frac{1}{2}a}$ ,  $GE \infty$   
 $\frac{1}{2}la +$   
 K





# Meet-konst. *Derde Deel.* 75

dit aen weder - zijden in 't vierkant ghemultipliceert, komt  
 $\frac{llcc}{xx} - 2 \frac{mlc}{x} + mm$ , in  $p \propto gg$ , of  $llcc - 2 mlcx$   
 $+ mmxx \propto \frac{ggxx}{p}$ , doet de  $p$  wech, dat is steldt  $\frac{1}{4} + \frac{xx}{la}$   
 in de plaets van  $p$ , dan over 't kruys ghemultipliceert, en de ver-  
 ghelijkingh van malkander ghetrocken, en dan door  $mm$  ghe-  
 divideert, komt

$$x^4 - \frac{2lc}{m} x^3 + \frac{1}{4} la xx - \frac{1}{2} \frac{llca}{m} x + \frac{1}{4} \frac{l^3acc}{mm} \propto 0.$$

$$+ \frac{llcc}{mm} xx$$

$$- \frac{la gg}{mm} xx$$

Soo wy hier trachten, de kortste linie, door den ghegheven Hy-  
 perbole, en een rondt te vinden, op die wijze als in den Parabole  
 ghedaen is, so moeten wy een verghelijkingh vinden, van een  
 Hyperbole en een rondt, als gedaen is, in 't besluyt van de Gront  
 der Meet-konst, alwaer pag: 58 ghevonden wordt

$$x^4 + \frac{4fl}{m} x^3 + \frac{2kl}{m} xx + 4 \frac{fkll}{mm} x + \frac{kkll}{mm} \propto 0$$

$$+ \frac{4ffll}{mm} xx$$

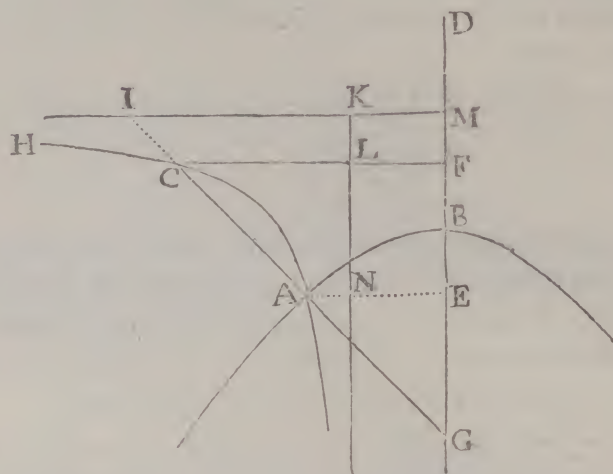
$$- \frac{4mlla}{mm} xx$$

Dese vergheleecken, met de ghevonden vergelijkingh, so heb-  
 ben wy vier Verghelijkinghen, en daer zijn maer drie onbeken-  
 de quantiteyten, te weten  $f$ ,  $n$ , en  $k$ , soo blijkt dat dese kortste  
 Linie niet door een rondt kan ghevonden worden, gelijk in den  
 Parabole, want soomender noch een onbekende quantiteyt by  
 voeght, dat maect dat  $AE$  de weerde van  $x$ , veranderingh  
 krijght.

Maer soo wy in de plaets van een rondt, een recht-hoeckighe  
 Hyperbole nemen, dan kan 't gheschieden, en men moet eerst on-  
 derfoecken wat Vergelijkingh, dat een ghegheven Hyperbole, en  
 een rechthoeckige Hyperbole malkander deur-snijdende, voort-  
 brengt.

# 76 GEOMETRIA, ofte

De ghegheven Hyperbole laet zijn AB, diens afs DBG, en de rechthoeckige Hyperbole HCA, diens noyt t'samen-komende IK en KN. Laet wesen van den ghegheven Hyperbole de



dwerfche  $\propto a$ , de rechte zijde  $\propto l$ ,  $AE \propto x$ , soo is  $DE \propto \sqrt{\frac{1}{4}aa + \frac{axx}{l}}$ , voorts  $KM \propto b$ ,  $DM \propto e$ ,  $CF \propto f$ , en  $DF \propto d$ , so is  $AN \propto x - b$ , en  $FM \propto KL \propto d - e$ .

Nu den rechthoeck op AN, NK zijnde  $x - b \sqrt{\frac{1}{4}aa + \frac{axx}{l}}$   $- ex + be$ , is ghelijck den rechthoeck op CL,  $LK \propto fd - bd + be - fe$ , soo is  $\sqrt{\frac{1}{4}aa - \frac{axx}{l}} \propto \frac{ex + fd - bd - fe}{x - b}$ , steldt  $b$ , in de plaats van  $fd - bd - fe$ , en menighvuldighr aen weder-zijden in't vierkant, komt  $\frac{\frac{1}{4}aal + axx}{l} \propto \frac{eexx + 2hex + bb}{xx - 2bx + bb}$ , dit over 't kruys ghemultipliceert, komt  $ax^4 - 2abx^3 + \frac{1}{4}abbxx - \frac{1}{4}aablxx + \frac{1}{4}aabbll \propto eelxx + 2helx + hhl$ .

De



# Meet-konst. Derde Deel. 77

De vergelijkinghe van malkander ghetrocken, en door  $a$  gede-  
videert, komt

$$x^4 - 2bx^3 + bbxx - \frac{1}{2}abl x + \frac{1}{4}albb \propto 0 \\ + \frac{1}{4}alxx - \frac{2bel}{a}x - \frac{bbl}{a} \\ - \frac{eel}{a}xx$$

Soo hebben wy hier vier Vergelijkinghen, en drie onbekende  
quantiteyten, te weten  $b$ ,  $e$ , en  $h$ , maer om dat de weerde van  
 $h$ , bevattende twee onbekende quantiteyten  $f$  en  $d$ , in de derde  
en vierde vergelijkingh gevonden wordt  $\propto 0$ , daerom kan  
dit dienen.

Wy hebben  $2b \propto \frac{2lc}{m}$ , komt  $b \propto \frac{lc}{m}$

$bb + \frac{1}{4}al - \frac{eel}{a} \propto \frac{1}{4}la + \frac{llcc}{mm} - \frac{lagg}{mm}$ , stelt  $\frac{lc}{m}$  in de plaats  
van  $b$ , en de ghelijcke wech ghedaen komt  $\frac{eel}{a} \propto \frac{lagg}{mm}$ , soo is  
 $e \propto \frac{ag}{m}$ .

$-\frac{1}{2}abl - \frac{2bel}{a} \propto -\frac{\frac{1}{2}llca}{m}$ , stelt  $\frac{lc}{m}$  in de plaats van  $b$ , en  
 $\frac{ag}{m}$ , inde plaats van  $e$ , komt  $\frac{\frac{1}{2}llca}{m} + \frac{2bgl}{m} \propto \frac{\frac{1}{2}llca}{m}$ , so is  $h \propto 0$ .  
 $\frac{\frac{1}{4}l^3acc}{mm} - \frac{bbl}{a} \propto \frac{\frac{1}{4}l^3acc}{mm}$ , komt wederom  $h \propto 0$ . Steldt nu  
 $fd - fe - bd$ , in de plaats van  $h$ , soo is  $fd - fe - bd \propto 0$ ,  
doet de  $b$  en  $e$  wech, komt  $fd \propto \frac{fag}{m} + \frac{lcd}{m}$ , of  $fdm$   
 $\propto fag + lcd$ , steldt  $a + l$  in de plaats van  $m$ , soo komter  
 $fad + lfd \propto fag + lcd$ , soo is dan  $d \propto g$ , en  $f \propto c$ .

Wy hebben dan gevonden  $KM \propto b \propto \frac{lc}{m}$ , en  $DM \propto e$   
 $\propto \frac{ag}{m}$ , steldt  $a + l$ , in de plaats van  $m$ , soo is  $KM \propto \frac{lc}{a+l}$ ,  
en  $DM \propto \frac{ag}{a+l}$ , dat is

als  $a + l$ , tot  $l$ , alsoo  $CF \propto c$ , tot  $KM \propto \frac{lc}{a+l}$ , ende  
als  $a + l$ , tot  $a$ , alsoo  $DF \propto g$ , tot  $DM \propto \frac{ag}{a+l}$ , so is  $CL$   
tot  $LF$ , als mede  $DM$ , tot  $MF$ , als  $a$  tot  $l$ ,

K 3

Om

Om dit door Linien te ontbinden, soo moet men  $DF$ , en  $CF$  verdeelen in  $M$ , en in  $L$ , alfoo dat  $DM$ , is tot  $MF$ , soo mede  $CL$ , tot  $LF$ , als de dwersche tot de rechte zijde, dan ghetrocken  $IM$ , en  $KLN$ , voorts beschreven tusschen de noyt-t'samen-komende  $IK$ ,  $KN$  deur 't ghegheven punt  $C$ , den Hyperbole  $HCA$ , die snijdt den ghegheven Hyperbole in 't punt  $A$ , soo is  $CA$  de begheerde kortste Linie, diemen uyt het punt  $C$ , tot den ghegheven Hyperbole  $AB$  trecken kan.

*Den Ellipsis.*

Men begheert uyt 'et ghegheven punt  $C$ , tot aen de ghegheven Ellipsis  $AB$ , een rechte Linie te trekken, soo kort als 't moghelijck is.

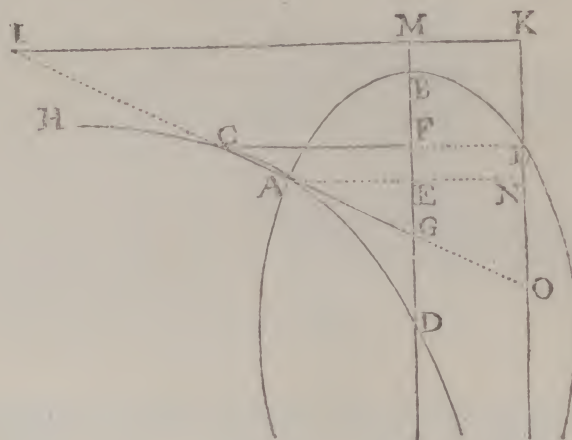
Laet





# 80 GEOMETRIA, ofte

Den Ellipsis zy AB, diens afs DB, en de rechthoeckighe Hyperbole HCA, diens noyt-t'samen-komende IK en KO, laet wesen van den Ellipsis de dwersche  $\propto a$ , de rechte zijde  $\propto l$ ,



AE  $\propto x$ , soo is DE  $\propto \sqrt{\frac{1}{4}aa - \frac{axx}{l}}$ , voorts MK  $\propto b$ , DM  $\propto e$ , CF  $\propto e$ , DF  $\propto g$ , soo is AN  $\propto x + b$ , EM  $\propto$  KN  $\propto e - \sqrt{\frac{1}{4}aa - \frac{axx}{l}}$ , CL  $\propto e + b$ , en FM  $\propto$  KL  $\propto e - g$ , Nu den rechthoeck op CL, LK, is gelijk den rechthoeck op AN, NK, Wijders ghewerckt als in den Hyperbole ghedaen is verkrijght men ten lesten

$$x^4 + 2bx^3 + bbx^2 - \frac{1}{2}abl x - \frac{1}{4}abbl \propto 0.$$

$$- \frac{1}{4}alxx + \frac{2hel}{a}x + \frac{bhl}{a}$$

$$+ \frac{eel}{a}xx$$

Soo is  $2b \propto \frac{2lc}{m}$ , en  $b \propto \frac{lc}{m}$ .

bb —



# Meet-konst. *Derde Deel.* 81

$bb - \frac{1}{4}al + \frac{ee}{a} \propto \frac{lce}{mm} - \frac{1}{4}la + \frac{ggla}{mm}$ , steldt  $\frac{lc}{m}$  in de plaats van  $b$ , komt  $e \propto \frac{ag}{m}$ .

$-\frac{1}{2}abl + \frac{2hel}{a} \propto -\frac{3lce}{m}$ , de  $b$  en  $e$  wech gedaen, komt  $b \propto 0$ .

$-\frac{1}{4}abbl + \frac{bb^2}{a} \propto -\frac{1}{4}l^3ace$ , de  $b$  wech gedaen, komt wederom  $b \propto 0$ .

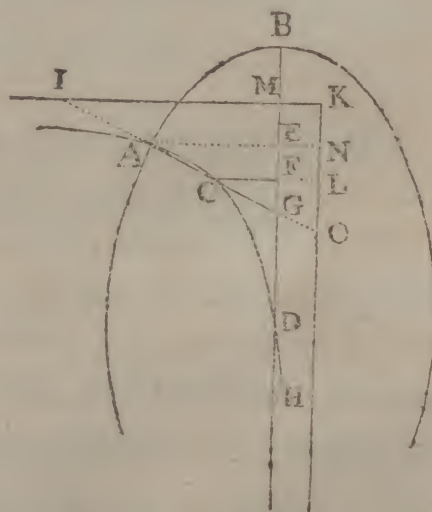
Soo hebben wy ghevonden  $KM \propto b \propto \frac{lc}{m}$ , en  $DM \propto e \propto \frac{ag}{m}$ , steldt  $a - l$ , in de plaats van  $m$ , soo is  $KM \propto \frac{lc}{a-l}$ , en  $DM \propto \frac{ag}{a-l}$ , dat is,

als  $a - l$ , tot  $l$ , alsoo  $CF \propto e$  tot  $KM \propto \frac{lc}{a-l}$ , ende

als  $a - l$ , tot  $a$ , alsoo  $DF \propto g$  tot  $DM \propto \frac{ag}{a-l}$ .

Soo is  $CL$  tot  $LF$ , als mede  $DM$  tot  $MF$ , als  $a$  tot  $l$ , dan is  $CL$ ,  $MF \propto DM$ ,  $LF$ , dat gheeft te kennen dat het center  $D$ , komt in den Hyperbole  $HCA$ .

Deur linien wordt dit aldus ontbonden, maeckt  $DM$  tot  $MF$ , soo mede  $CL$ , tot  $LF$ , als de dwersche tot de rechte zijde, dan ghetrocken  $IMK$  evenwijdig met  $CF$ , en  $KLO$  evenwijdig met  $BD$ , dan beschreven deur 't gegeven punt  $C$ , tusschen de noyt-t'samenkomende  $IK$ ,  $KO$ , den Hyperbole  $HCA$ , die snijdt den ghegheven Ellipsis in  $A$ , dan getrocken de begeerde kortste linie  $CA$ . Die hier meerder van begheert, besiet het vijfde Boeck *Apollonij Pergai*.



L

De se





# Meet-konst. Derde Deel. 83

$$\begin{array}{cccc}
 -hha + aay - 4ayy + 4y^3 & \propto 0. & \text{Dit gemult. met een A-} & \\
 + hhy & & \text{ritm. progressie, om dat} & \\
 0. & 1. & 2. & 3. & \text{'er twee ghelijcke wor-} \\
 & & & & \text{tels zijn.}
 \end{array}$$

komt  $hhy + aay - 8ayy + 12y^3$ , so is  $hh \propto -aa + 8ay - 12yy$ , dit is gelijk de  $hh$  hier voor gevonden, so is dan  $\frac{aay - 4ayy + 4y^3}{a - y} \propto -aa + 8ay - 12yy$ , dit over 't kruys gemult. en de verghelijkinghe van malkander ghetrocken komt  $8y^3 - 16ayy + 8aay - a^3 \propto 0$ , dit gedivideert door  $2y - a$ , soo heeft men  $4yy - 6ay + aa \propto 0$ , en  $yy - \frac{3}{2}ay + \frac{1}{4}aa \propto 0$ , soo is  $y \propto \frac{3}{4}a - \sqrt{\frac{5}{16}aa}$ , voor AE, en  $h \propto$  de grootste  $\propto \sqrt{\frac{aay - 4ayy + 4y^3}{a - y}}$ .

Om dit door Linien te ontbinden, soo deeldt CD in twee ghelijck in I, dan maeckt HI  $\propto$  BI, ten lesten ghetrocken de rechthoeckighe HL, soo is KL het begeerde.

Want DI is  $\propto \frac{1}{4}a$ , DB  $\propto \frac{1}{2}a$ , so is BI  $\propto$  IH  $\propto \sqrt{\frac{5}{16}aa}$ , hier by doet IC  $\propto \frac{1}{4}a$ , komt HC  $\propto \frac{1}{4}a + \sqrt{\frac{5}{16}aa}$ , dit ghetrocken van AC  $\propto a$ , rest AH  $\propto \frac{3}{4}a - \sqrt{\frac{5}{16}aa}$ .





pliceert, en van malkander ghetrocken rest

$$\begin{array}{r} + \frac{1}{4}a^3 - 1\frac{1}{4}aay + 2a yy \propto 0, \\ - a h b + h b y \\ 0. \qquad 1. \qquad 2. \end{array}$$

Dit ghemultipliceert met een Arithmetische progressie, om datter twee ghelijcke wortels zijn.

$h h - 1\frac{1}{4}a a + 4a y \propto 0$ , so is  $h h \propto 1\frac{1}{4}a a - 4a y$ , 't welck is ghelijck de  $h h$ , hier voor ghevonden, soo is

$1\frac{1}{4}a a - 4a y \propto \frac{\frac{1}{4}a^3 - 1\frac{1}{4}a a y + 2a y y}{a - y}$ , dit over 't kruys ghemultipliceert de vergelijckingh van malkander ghetrocken, en door  $2a$  ghedivideert, komt  $y y - 2a y + \frac{1}{2}a a \propto 0$ , soo is  $y \propto a - \sqrt{\frac{1}{2}a a}$ .

Om dit door Linien te doen, soo maect  $E C \propto B C$ , en treckt de recht-hoeckighe  $E F$ , dan de rechte  $D F M$ , en ten lesten deur de punten  $F$ , en  $M$ , de begheerde evenwijdighe Linien  $M N$ , en  $F O$ , beyde rechthoeckigh met  $D M$ .

Merckt dese kromme Linie  $A F B$ , en de rechte  $C P$  naederen malkander, maer komen noyt t'samen.

V.

*Dese kromme Linie  $A E D$ , zijnde een Schulp-treck, is beschreven door de verschuyvingh van de Linie  $D C$ , die altijd naer 't punt  $A$  streckt, langhs het half' rondt  $A B C$ , men vraeght naer zijn grootste breedte.*

Steldt  $D C \propto a$ ,  $A C \propto b$ ,  $E F \propto x$ ,  $A F \propto y$ , en  $A E \propto z$ .

L 3

Als

Als  $AC \propto b$ , tot  $AB \propto z + a$ , alsoo  $AE \propto z$ , tot  $AF \propto y$ , soo is  $\frac{zz+ax}{b} \propto y$ , en  $zz+ax-by \propto 0$ , de weerde van  $z$  is dan  $\propto -\frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}aa+by}$ , voor  $AE$ , van diens vierkant zijnde  $\frac{1}{2}aa+by-a\sqrt{\frac{1}{4}aa+by}$ , treckt het vierkant op  $AF \propto yy$ , rest het vierkant op  $EF$  ofte  $xx \propto \frac{1}{2}aa+by-yy-a\sqrt{\frac{1}{4}aa+by}$ , wanneer men stelt dat de grootste breedte doet  $b$ , soo is  $\frac{1}{2}aa+by-yy-a\sqrt{\frac{1}{4}aa+by} \propto hb$ , ofte  $\frac{1}{2}aa+by-yy-hb \propto a\sqrt{\frac{1}{4}aa+by}$ , dit aen weder-zijden in 't vierkant ghemultipliceert, en de verghelijkingh van malkan-



# Meet-konst. Derde Deel. 87

malkander ghetrocken, soo bekomt men

$$y^4 - 2by^3 - aayy - 2bhh y - aabb \infty 0, \quad \text{Dit ghemult. met}$$

$$\begin{array}{r} + bbyy \\ + 2bhyy \\ + h^4 \end{array} \quad \text{een Arithm. prog.}$$

om datter 2 gelijcke wortels zijn.

4. 3. 2. 1. 0.

$$4y^3 - 6byy - 2aay - 2bhh \infty 0, \text{ so is } 2y^3 - 3byy - aay \infty$$

$$\begin{array}{r} + 2bby \\ + 4hhy \end{array} \quad \text{+ bby}$$

$bhh - 2hhy$ , alles ghedivideert door  $b - 2y$ , soo komt 'er

$$\frac{2y^3 - 3byy - aay + bby}{b - 2y} \infty h h, \text{ hier vorens was } \frac{1}{2}aa + by - yy -$$

$a\sqrt{\frac{1}{4}aa + by} \infty hh$ , Daerom is  $\frac{2y^3 - 3byy - aay + bby}{b - 2y} \infty \frac{1}{2}aa$

$+ by - yy - a\sqrt{\frac{1}{4}aa + by}$ , dit over 't kruys gemultipliceert

en de gelijcke wech gedaen, komt  $\frac{1}{2}aab \infty ab - 2ay\sqrt{\frac{1}{4}aa + by}$ ,

dit gedivideert door  $ab - 2ay$ , komt  $\frac{\frac{1}{2}aab}{ab - 2ay} \infty \sqrt{\frac{1}{4}aa + by}$ ,

dit aen weder-zijden in 't vierkant ghemultipliceert, so heeftmen

$\frac{\frac{1}{4}a^4bb}{aa bb - 4aaby + 4aayy} \infty \frac{1}{4}aa + by$ , nu in 't kruys, en de vergelijcking

van malkander getrocken komt  $+aaby^3 + a^4yy - a^4by \infty 0$

$- 4aabb yy + aab^3y$

dit ghedivideert door  $4aaby$ , soo komt ten laetsten

$$yy + \frac{1}{4}\frac{aa}{b}y - \frac{1}{4}aa \infty 0, \text{ en } y \infty \frac{1}{2}b - \frac{1}{8}\frac{aa}{b} - \sqrt{\frac{1}{8}aa + \frac{1}{16}\frac{a^4}{bb}}$$

$- by + \frac{1}{4}bb$  of  $y \infty \frac{1}{2}b - \frac{1}{8}\frac{aa}{b} + \sqrt{\frac{1}{8}aa + \frac{1}{16}\frac{a^4}{bb}}$

Hier boven was het vierkant van de grootste breedte  $hh \infty \frac{1}{2}aa$

$+ by - yy - a\sqrt{\frac{1}{4}aa + by}$ , de  $y$  dan wech ghedaen so heeft

men het begheerde.

Om dit door Linien te ontbinden, soo deeldt A C in twee

ghelijck in G op 't selve punt G, steldt de rechthoeckige GH,

gelijck 'teen vierde van D C, dan maeckt HI evenwijdigh met

A C,

## 88 GEOMETRIA, ofte

AC, gelijk HG, en stelt de wijde GI, in de verlengde HG, van G in K, voorts ghetrocken HC, en op de selve rechthoekigh HO, dan stelt de spatie OK, van O in L, en ghetrocken de rechthoekige LN, so heeftmen de grootste breedte van de kromme linie AND, maer so men de spatie OK, stelt van O in M, so heeftmen de plaets van de grootste breedte van de kromme linie, die op deselve wijze, buyten het half rondt beschreven wordt, te weten MQ.

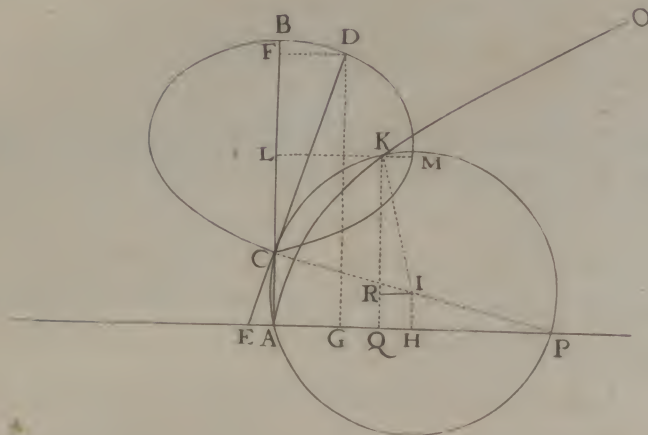
Want  $CG \propto \frac{1}{2}b$ , is tot  $GH \propto \frac{1}{4}a$ , als  $GH \propto \frac{1}{4}a$ , tot  $\frac{1}{8}\frac{aa}{b}$  voor OG, voorts addeert de vierkanten op HG, en HI, t samen komt het vierkant op GI  $\propto GK \propto \frac{1}{8}aa$ , hier by addeert 't vierkant op OG  $\propto \frac{1}{8}\frac{aa}{b}$ , komt het vierkant op OK  $\propto \frac{1}{8}aa + \frac{1}{64}\frac{aa^2}{bb}$ , hier uyt den vierkantwortel, so is  $OK \propto OL \propto \sqrt{\frac{1}{8}aa + \frac{1}{64}\frac{aa^2}{bb}}$ . Treckt OG, van AG  $\propto \frac{1}{2}b$ , rest AO  $\propto \frac{1}{2}b - \frac{1}{8}\frac{aa}{b}$ , hier wederom van getrocken OL  $\propto \sqrt{\frac{1}{8}aa + \frac{1}{64}\frac{aa^2}{bb}}$ , soo komt AL  $\propto \frac{1}{2}b - \frac{1}{8}\frac{aa}{b} - \sqrt{\frac{1}{8}aa + \frac{1}{64}\frac{aa^2}{bb}}$ , en so veel is mede de weerde van y.

### VI.

*Deze kromme linie BDC, zijnde een Schulptreck, is beschreven door de verschuiving vande linie ED, die alijt in 't punt C blijft, langs de rechte linie EG, men vraecht naer de grootste breedte.*

Steldt  $AC \propto b$ ,  $AB \propto ED \propto e$ ,  $AF \propto y$ ,  $FD \propto x$ , Dan getrocken het vierkant op DG, zijnde  $yy$ , van 't vierkant op ED, zijnde  $cc$ , rest het vierkant op FG  $\propto cc - yy$ , hier uyt den vierkantwortel, komt  $EG \propto \sqrt{cc - yy}$ . Nu als  $DG \propto y$ , tot EG  $\propto \sqrt{cc - yy}$ , alsoo  $FC \propto y - b$ , tot  $FD \propto x$ , soo is  $x \propto \frac{y-b}{y} \sqrt{cc - yy}$ , steldt de grootste breedte  $\propto b$ , soo heeft men  $\frac{y-b}{y} \sqrt{cc - yy} \propto b$ , alles ghemultipliceert met  $\frac{y}{y-b}$ , komt  $\sqrt{cc - yy}$





$\sqrt{cc - yy} \propto \frac{hy}{y - b}$ , nu aen wederzijden in 't vierkant, men krijgt  
 $cc - yy \propto \frac{hhyy}{yy - 2by + bb}$ , dit gemultipliceert over 't kruys en de  
 vergelijkingh van malkander ghetrocken rest

$$y^4 - 2by^3 + bbyy + 2bccy - bbcc \propto 0, \quad \begin{array}{l} - ccyy \\ + hhyy \end{array}$$

Dit ghemult. met  
 een Arithm. prog.  
 om datter 2 gelijc-  
 ke wortels zijn.

4.	3.	2.	1.	0.
$4y^3$	$- 6byy$	$+ 2bb y$	$+ 2bcc$	$\propto 0$
	$- 2cc y$	$+ 2hhy$		

Soo is  $- 2y^3 + 3byy - bby + ccy - bcc \propto hhy$ , en  
 $\frac{- 2y^3 + 3byy - bby + ccy - bcc}{y} \propto hh$ , hier vorens was  $h \propto \frac{y - b}{y}$  in  
 $\sqrt{cc - yy}$ , diens vierkant  $hh$  is dan  $\propto \frac{- y^4 + 2by^3 - bbyy + ccy - bcc}{yy}$ .

Deze twee weerdens van  $hh$  zijn malkander gelijk, multipliceert  
 M de

90 GEOMETRIA, ofte

de vergelijkingh in't kruys, en trecktse van malkander, so komter  $-y^4 + by^3 + bccy - bbcc \propto 0$ , dit gedevideert deur  $y - b$ , so heeftmen  $-y^3 + bcc \propto 0$ , en  $y^3 \propto bcc$ , soo is  $y \propto \sqrt[3]{C. bcc}$ . De weerde van  $y$  ghevonden hebbende, soo is de halve grootste breedte  $b \propto \frac{y-b}{y} \sqrt{cc - yy}$ .

Om dit door Linien te vinden, so beschrijft uyt A als top, op de rechte zijde AB, den parabole AKO, maeckt AP  $\propto$  AB, en treckt de linie CP, dan beschreven op den middel-lijn CP, het rondt ACP, die snijt den parabole in't punt K, treckt deur 't selve punt, de begeerde linie LM, die de grootste halve breedte is.

Want AQ is  $\propto \frac{yy}{c}$ , dit treckt van AH  $\propto \frac{1}{2}c$ , rest QH  $\propto$  RI  $\propto \frac{1}{2}c - \frac{yy}{c}$ . Addeert de vierkanten AC, en AP t'samen, uyt de som den vierkant-wortel komt CP  $\propto \sqrt{cc + bb}$ , so is IK  $\propto \sqrt{\frac{1}{4}cc + \frac{1}{4}bb}$ , treckt het vierkant op RI, van 't vierkant op KI, uyt de rest den vierkant-wortel komt KR  $\propto \sqrt{\frac{1}{4}bb + yy - \frac{y^4}{cc}}$ , hier by addeert RQ  $\propto$  HI  $\propto \frac{1}{2}b$ , soo heeft men  $y \propto \frac{1}{2}b + \sqrt{\frac{1}{4}bb + yy - \frac{y^4}{cc}}$ , soo is  $y - \frac{1}{2}b \propto \sqrt{\frac{1}{4}bb + yy - \frac{y^4}{cc}}$ , en  $y^3 \propto bcc$ .

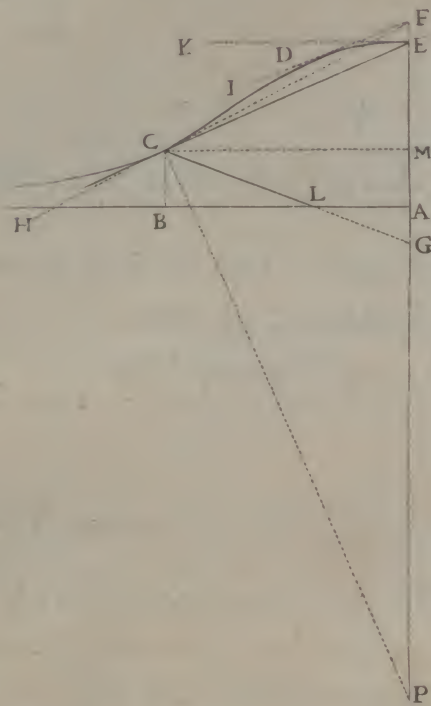
VII.

*Deze kromme linie CDE, zijnde een Schulp-treck, is beschreven door de verschuyvinge van de linie CL, die altijd naer't punt G streckt, langs de rechte linie AB, men begheert uyt den top E, de raeckende EC, te trecken.*

Stelt GA  $\propto$  b, AF  $\propto$  LC  $\propto$  c, CM of AB  $\propto$  x, MA of BC  $\propto$  y, AP  $\propto$  v, en PC  $\propto$  s, soo is PM  $\propto$  v + y, diens vierkant  $vv + 2vy + yy$ , het selve getrocken van 't vierkant PC  $\propto$  ss, rest het vierkant op CM  $\propto$  ss - vv - 2vy - yy, zijnde  $\propto$  xx.

Voorts





Voorts treckt het vierkant op  $BC$ , van't vierkant op  $CL$ , rest  
het vierkant op  $BL \propto cc - yy$ , so is  $BL \propto \sqrt{cc - yy}$ .

Nu als  $BC \propto y$ , tot  $BL \propto \sqrt{cc - yy}$ , alsoo  $AG \propto b$ , tot  
 $\frac{b}{y} \sqrt{cc - yy}$  voor  $AL$ , addeert  $AL$  tot  $BL$ , komt  $AB \propto$   
 $\frac{b+y}{y} \sqrt{cc - yy}$ , diens vierkant is  $\frac{-y^4 - 2by^3 - \frac{bb}{cc}yy + 2bccy + b^2cc}{yy}$  ge-

lijck de voor-gevonden  $ss - vv - 2vy - yy$ , dit over 't kruys  
gemultipliceert en de vergelijking van malkander getrockē, rest  
M 2  $+ 2vy$

# 92 GEOMETRIA, ofte

$$\begin{array}{r}
 + 2vy^3 - bb yy + 2bccy + bbcc \propto 0, \\
 - 2b \quad + cc \\
 - ss \\
 + vv \\
 - 1. \quad 0. \quad + 1. \quad + 2.
 \end{array}$$

Dese gemultiplic. met een Arithm. progressie om datter twee gelijcke wortels zijn.

komt  $-2vy^3 * + 2bccy + 2bbcc \propto 0$ , soo is  $v$  ghelijck  $+ 2by^3$

$\frac{by^3 + bccy + bbcc}{y^3}$  voor AP. Dan als  $EM \propto c - y$ , tot CM

$\propto \frac{b+y}{y} \sqrt{cc - yy}$ , alsoo CM, tot

$-y^4 - 2by^3 + \frac{bb}{cc}yy + 2bccy + bbcc$  voor MP, hier van

ghetrocken  $AM \propto y$ .

$-2by^3 + \frac{bb}{cc}yy + 2bccy + bbcc$  voor AP, 't selve is ge-

rest  $\frac{cyy - y^3}{y^3}$  lijk  $\frac{by^3 + bccy + bbcc}{y^3}$ , hier voor gevonden, de noemers door  $yy$  ghemindert, dan over 't kruys ghemultipliceert en de verghe-

lijkinghen van malkander ghetrocken rest  $+ \frac{b}{cc}y^4 + \frac{bb}{cc}y^3 - 3bccyy - 2bbccy + bbcc^3 \propto 0$ , dit gedivi-

deer door  $y - c$ , komt  $\frac{b}{cc}y^3 + \frac{bb}{cc}y^2 + \frac{bbcc}{cc}y - bbcc \propto 0$ , steldt  $b + c \propto d$ , so heeft men  $y^3 + \frac{bb}{d}yy + \frac{bbcc}{d}y - \frac{bbcc}{d} \propto 0$ .

$$+ 2 \frac{bc}{d} - \frac{bcc}{d}$$

de weerde van  $y$ , kan gevonden worden door een parabole en een ront, deselve gevonden hebbende, so is  $x \propto \frac{b+y}{y} \sqrt{cc - yy}$ .

Hier bemerckt men, dat men uyt een selve punt twee besondere raeckende Linien kan trecken, om dat dese kromme linie tweederley bochten heeft, d'een hol d'ander bol, ghelijck alhier ko-

men



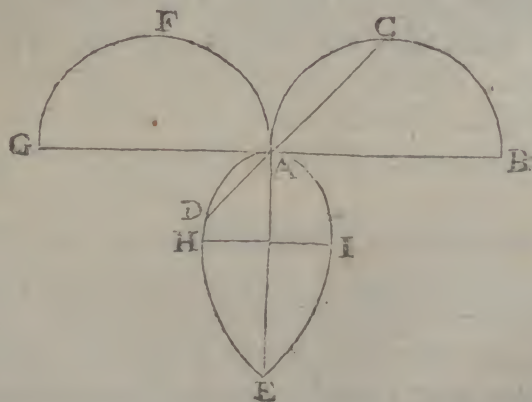
# Meet-konst. *Derde Deel.* 93

men beyde de raeckende linien  $CE$  en  $KE$ , in 't punt  $E$ , so is 't mede gheleghen met 'et punt  $F$ , dat een weynigh buyten  $E$  is, uyt welck punt  $F$ , men treckt de twee raeckende Linien  $HF$  en  $IF$ , maer den hoeck  $IFH$  is kleynder, dan den hoeck  $KEC$ , soo men 't punt  $F$ , noch een weynigh verder van  $E$  steldt, dan sal den hoeck  $IFH$  noch kleynder wesen, tot dat deselve eyndelijck, so de raeckingh in 't keer-punt (dat is het punt, daer de holligheydt van de bolligheydt af-scheydt) komt, te niet loopt, en soo men 't punt  $F$  noch verder van  $E$  wil stellen dan 't punt uyt welck de raeck-lijn komt in 't keer-punt hoe weynigh het oock is, dan salder gheen raeckende linie te vinden zijn.

## VIII.

*De kromme linie  $ADE$ , is beschreven, door de verschuyvingh van de linie  $CD \infty AB$  of  $GA$ , die altijd deur 't punt  $A$  gaet, langs de halve ronden  $ACB$ , en  $GFA$ , de grootste breedte  $HI$  te vinden.*

De grootste breedte  $HI$ , is ghelijck de helft van  $AB$ .



*HET*

## H E T

## V I E R D E D E E L,

*Van de ontbindinghe der Werck-stucken, daer  
een dingh te weynigh ghegheven is.*

**W**Anneerder in een Werck-stuck, een dingh te weynigh ghegheven is, so resteerter in 't ontbinden een onbekende quantiteyt, daer gheen vergelijckigh toe gevonden kan worden, en men mach dan (naer het de natuur van 't Werck-stuck vereyscht) sulcken ghetal of linie daer voor stellen, als men begeert, so dat men voor de begeerde plaets in stee van een punt een linie vindt, en soo de vergelijckigh is van een Dimensie, so is de plaets een rechte linie, soo de vergelijckigh loopt tot twee Dimensien, soo is 't een kromme linie van 't eerste gheslacht, drie Dimensien van 't tweede, en soo voorts. De Ouden hebben on-eyghentlijk gheschreven van vlacke en lichamelijke plaetsen, vermits de plaets, het zy van soo veel of weynigh Dimensien als 't wil, niet anders dan een linie is, die op een plat vlack beschreven wordt. Daer de vergelijckigh gaet tot twee Dimensien, daer is de plaets een van de Kegel-sceden, van welke plaetsen ons voornemen maer sal zijn te schrijven, en begin aen de

*Parabole.*

Wanneer men in den Parabole  $CAK$  steldt  $AM \propto y$ ,  $MC \propto x$ , en de rechte zijde  $\propto r$ , soo is  $x \propto \sqrt{ry}$ , ghelijck te sien is in de Grondt der Meet-konst, dat is, soo de vergelijckigh komt

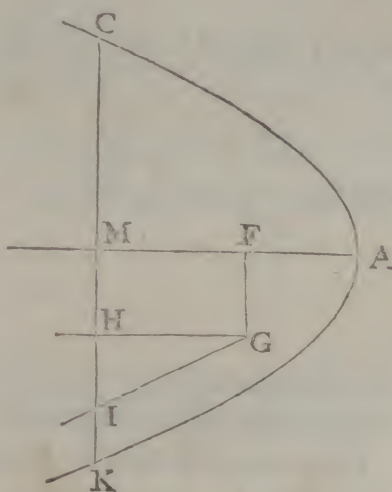


komt  $x \propto \sqrt{ry}$ , dan is de plaats een Parabole.

Men moet hier bemerken, dat  $y$  begint in een bepaelt punt zijnde in dit voorval den top der Parabole, als in A, en  $x$  begint van 't onbepaalde punt M in den afs.

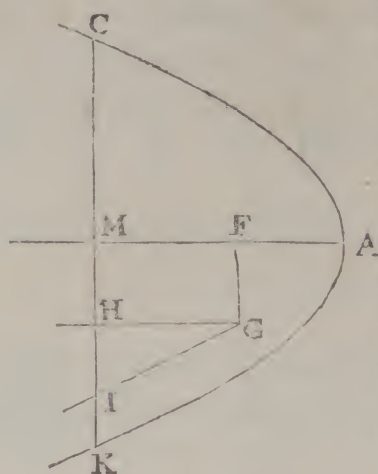
Maer so men het bepaelde punt uyt welck  $y$  begint stelt buyten den top, dat gheeft dese volgende veranderinghen.

Ten eersten, wanneer 't gegheven punt komt in den afs, buyten den top, als hier in F, en datmen stelt  $AF \propto b$ ,  $FM \propto y$ ,  $MC \propto x$ , de rechte zijde  $\propto r$ , en  $AM \propto z$ , soo komt  $x \propto \sqrt{rz}$ , en wanneer men  $y + b$ , in de plaats van  $z$  stelt,  $x \propto \sqrt{ry + br}$ , voor MC, maer soo 't punt M staet tusschen F en A, dan stelt men  $b - y$ , en soo 't punt A, staet tusschen M en F, dan schrijft men  $y - b$  in de plaats van  $z$ .



Ten tweeden, soo 't ghegheven punt komt buyten den afs, als hier in G, maer dat GH evenwijdigh is met d'afs, en dat men stelt  $AF \propto b$ ,  $FG \propto MH \propto d$ ,  $GH \propto y$ ,  $HC \propto x$ , de rechte zijde  $\propto r$ , soo is  $x \propto d + \sqrt{ry + br}$  voor HC, soo is  $HK \propto \sqrt{ry + br} - d$ , maer wanneer C is tusschen M en H, dan is  $x \propto d - \sqrt{ry + br}$ .

Ten derden, soo 't ghegheven punt komt buyten den afs, en dat den ghegheven hoeck CMA is onghelijck den ghegheven hoeck CIG, en dat de reden van GI tot GH bekendt is, die ick stel als  $f$  tot  $g$ , en GI tot HI als  $f$  tot  $b$ . Soo dan doet  $AF \propto b$ ,  $FG \propto MH \propto d$ ,  $GI \propto y$ ,  $IC \propto x$ , en de rechte zijde  $\propto r$ ,  
 soo



soo is  $f$  tot  $g$ , als  $GI \propto y$ , tot  
 $HG \propto MF \propto \frac{xy}{f}$ , en als  $f$  tot  $h$ ,  
 alsoo  $y$  tot  $\frac{hy}{f}$ , voor  $HI$ , hier  
 by addeert  $HM \propto d$ , soo is  $IM$   
 $\propto d + \frac{hy}{f}$ , Wijders addeert  $AF$   
 $\propto b$ , tot  $MF \propto \frac{xy}{f}$ , komt  $AM$   
 $\propto b + \frac{xy}{f}$ , soo is  $MC \propto$   
 $\sqrt{br + \frac{xy}{f}}$ , hier by ghedaen  
 $MI \propto d + \frac{hy}{f}$ , komt  $x \propto$   
 $d + \frac{hy}{f} + \sqrt{br + \frac{xy}{f}}$  voor  $CI$ ,  
 so is  $IK \propto \sqrt{br + \frac{xy}{f}} - d + \frac{hy}{f}$ .

De veranderinghen van de teeckens  $+$  en  $-$ , dieder in alle voor-  
 vallen komen zijn licht uyt te vinden.

Hier moet bemerckt worden, soo men een Werk-stuck tot  
 een vierkant-verghelijcklingh ghebracht heeft, dat diens wortel  
 altijd een binomium is, of ten zy dat de tweede term ontbreekt,  
 en  $MC$  is altijd van 't selve binomium het wortel-getal, voorts  
 wanneer in 't selve worrelgetal geen onbekende quantiteyt ge-  
 vonden wordt, dan van een Dimensie, dat geeft te kennen, dat de  
 plaets een parabole is.

Descar-  
 tes Geo-  
 metrie,  
 pag: 329.

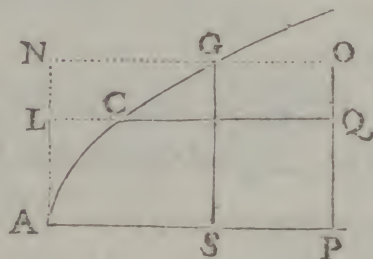
Als by voorbeelt, so men heeft  $x \propto m - \frac{n}{z}y + \sqrt{mm + oy}$ ,  
 om dat hier in 't wortel-getal, gheen hoogher onbekende quan-  
 titeyt ghevonden wordt dan  $y$ , dat geeft te kennen, dat de plaets  
 een parabole is. Om nu de rechte zijde van den selven te vinden,  
 soo hebben wy hier vooren, wanneer 't punt  $I$  komt tusschen  
 $H$  en  $M$ , en  $F$  tusschen  $A$  en  $M$ ,  $x \propto d - \frac{hy}{f} + \sqrt{br + \frac{xy}{f}}$ .  
 Soo is voor eerst  $m \propto d$ ,  $n \propto h$ ,  $z \propto f$ ,  $a \propto g$ , daer-en-boven  
 heeft men noch twee verghelijckingen te weten  $mm \propto br$ , en  
 $o \propto$



# Meet-konst. *Vierde Deel.* 97

$o \propto \frac{gr}{f}$ , soo is  $o \propto \frac{ar}{z}$ , en  $\frac{o z}{a} \propto r$ . In de eerste vergelijking doet de  $r$  wech, komt  $mm \propto \frac{b o z}{a}$ , soo is  $\frac{a m m}{o z} \propto b$ , so hebben wy gevonden de rechte zijde  $\propto \frac{o z}{a}$ , en de distantie  $AF \propto \frac{a m m}{o z}$ .

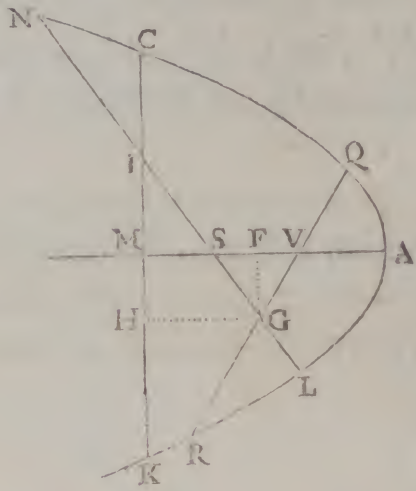
Volght noch een voorbeeldt, soo men in't besluyt van de Grondt der Meet-konst pag: 62, stelt  $DE \propto o$ , so komt  $CM$  of  $x \propto \frac{-yy + dy + fn}{n}$ , so is  $yy - dy + \frac{fn}{n} \propto o$ , en  $y \propto \frac{1}{2}d + \sqrt{\frac{1}{4}dd + fn - nx}$ , om dat in't wortel-ghetal de onbekende quantiteyt  $x$ , maer een Dimensie heeft, dat gheeft te kennen, dat de plaets of kromme linie een parabole is, dese dan vergeleeken met de tweede soort, in welck ick stel  $FG \propto g$ , zijnde  $y \propto g + \sqrt{br - rx}$ , dan komt  $M$  tusschen  $F$  en  $A$ , soo heeft men  $g \propto \frac{1}{2}d$ , voor  $PO \propto GS$ ,  $r \propto n$ , dat is de rechte zijde  $\propto n$ , voorts  $br \propto \frac{1}{4}dd + fn$ , so is  $b \propto \frac{\frac{1}{4}dd + fn}{n}$ , voor  $AP \propto NO$ , en also met alle andere.



Volght hier een Werck-stuck, al schijnt het hier niet te passen, soo sal't evenwel kunnen dienen tot oeffeningh van den Leerlingh.

*Van desen parabole is de rechte zijde  $\propto r$ ,  $AF \propto b$ ,  $FG \propto MH \propto d$ ,  $GL$  tot  $GH$  als  $f$  tot  $g$ , en  $GL$  tot  $HI$ , als  $f$  tot  $h$ , de lenghte van  $GL$  en  $GN$  te vinden.*

Wanneer men stelt  $IK$ , of  $IC \propto x$ , en  $GI \propto y$ , soo is  
N
hier



hier voor gevonden  $x \propto d - \frac{by}{f} + \sqrt{br + \frac{gy}{f}}$ , voor  
 C I, en  $x \propto \sqrt{br + \frac{gy}{f}}$   
 $- d - \frac{by}{f}$ , voor I K.

Hier moet men bemercken, soo  $x$ , of  $IK$  is  $\infty 0$ , dat  $GL$  dan komt in den omtreck van den parabole, defghelijcks, soo  $x$ , of  $IC$  is  $\infty 0$ , dat  $GN$  dan komt in den omtreck. Om nu  $GL$  te vinden, stel ick de weerde

van  $IK \propto 0$ , maer om dat  $G$  komt tusschen  $I$  en  $L$ , daerom  
stel ick  $-y$ , inde plaats van  $+y$ , en schrijf  $\sqrt{br - \frac{xy}{f}} - d + \frac{hy}{f}$   
 $\propto 0$ , soo komt  $\sqrt{br - \frac{xy}{f}} \propto d + \frac{hy}{f}$ , dit aen weder-zijden  
in 't vierkant ghemultipliceert en de Verghelijkingh van mal-  
kander ghetrocken komt  $+dd + \frac{2d}{f}y + \frac{h^2y^2}{ff} \propto 0$ ,

nu alles gedevid. door  $\frac{hh}{ff}$ , komt 
$$-br + \frac{g^v}{f} y + \frac{ddff}{hh} + \frac{zdf}{h} y + yy \propto 0, \text{ en}$$
$$-\frac{brff}{hh} + \frac{grf}{hh} y$$

$$y \propto -\frac{df}{h} - \frac{grf}{2bh} + \sqrt{\frac{brff}{hh} + \frac{dgrff}{h^3} + \frac{ggrfff}{4h^4}}$$

voor de weer-  
de van G L.

Soo men steldt  $IC$ , of  $x \propto d - \frac{by}{f} + \sqrt{br + \frac{gry}{f}} \propto 0$ .  
 soo is  $d - \frac{by}{f} \propto -\sqrt{br + \frac{gry}{f}}$ , dit aan weder-zijden in't  
 vierkant ghemultipliceert, komt  $dd - \frac{2dby}{f} + \frac{bb yy}{ff} \propto$   
 $br +$



# Meet-konst. *Vierde Deel.* 99

$br + \frac{gr}{f}$ , de Vergelijkinghe van malkander ghetrocken en alles gemultiplieert met  $\frac{ff}{hh}$ , komt  $+ \frac{d d f f}{h h} - \frac{2 d f}{h} y + y y \propto 0$ ,  

$$- \frac{b r f f}{h h} - \frac{g r f}{h h} y$$
  
 en  $y \propto + \frac{d f}{h} + \frac{g r f}{2 h h} + \sqrt{\frac{b r f f}{h h} + \frac{d g r f f}{h^3} + \frac{g g r r f f}{4 h^4}}$ , voor de  
 weerde van G N, so is N L  $\propto 2 \sqrt{\frac{b r f f}{h h} + \frac{d g r f f}{h^3} + \frac{g g r r f f}{4 h^4}}$ .

Maer wanneer M, of in deffels plaets het punt V, komt tus-  
 schen F en A, dan is  $x \propto d - \frac{b y}{f} + \sqrt{b r - \frac{g r y}{f}} \propto 0$ , en  
 de weerde van  $y \propto G Q$ , voorts wannemen stelt  $\sqrt{b r + \frac{g r y}{f}}$   
 $- d + \frac{b y}{f} \propto 0$ , dan is de weerde van  $y \propto G R$ , dese Verge-  
 lijkinghen ghereduceert zijnde, verkrijght men voor G Q,  $y$   
 $\propto \frac{d f}{h} - \frac{g r f}{2 h h} + \sqrt{\frac{b r f f}{h h} - \frac{d g r f f}{h^3} + \frac{g g r r f f}{4 h^4}}$ , en voor  
 G R,  $y \propto - \frac{d f}{h} + \frac{g r f}{2 h h} + \sqrt{\frac{b r f f}{h h} - \frac{d g r f f}{h^3} + \frac{g g r r f f}{4 h^4}}$ . Ad-  
 deert G Q tot G R, komt voor Q R  $2 \sqrt{\frac{b r f f}{h h} - \frac{d g r f f}{h^3} + \frac{g g r r f f}{4 h^4}}$ .  
 So men dan stelt  $h \propto 1$ , so is  $ff \propto gg + 1$ , en dat men de  $h$  en  $f$   
 wech doet, so is Q R  $\propto 2 \sqrt{\frac{1}{4} r r g^4 - d r g^3 + b r g g - d r g + b r}$   

$$+ \frac{1}{4} r r g g$$

Wanneer dan begheert wordt, dat men deur't ghegheven  
 punt G, een Linie moet trecken als Q R, binnen den Parabole,  
 ghelijck een gegheven langhde moghelijk zijnde, als neem ick  
 $\propto k$ , dan is  $\frac{1}{4} r r g^4 - d r g^3 + b r g g - d r g + b r \propto \frac{1}{4} k k$ .  

$$+ \frac{1}{4} r r g g$$

Dan moet men F G maecken tot F V, als 1 tot de weerde van  $g$ ,  
 die ghevonden moet worden.

Soo men steldt  $\frac{1}{4} r r g^4 + d r g^3 + b r g g + d r g + b r \propto \frac{1}{4} k k$ ,  

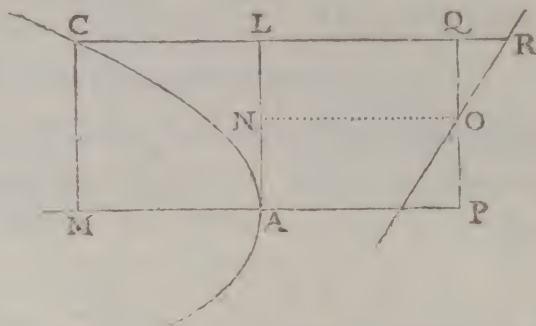
$$+ \frac{1}{4} r r g g$$
  
 N 2 dan

# 100 GEOMETRIA, ofte

dan moet men F G maccken tot F S, als 1 tot de begeerde weerde van  $g$ , die ghevonden moet worden.

Wanneer men steldt dat in den Parabole de ordentlijke Linien, evenwijdigh zijn, met den middel - lijn, dan openbaeren haer de Vergelijkinghen, gelijk hier volgt.

Soo men steldt  $AM \propto LC \propto y$ ,  $MC \propto AL \propto x$ , en de



rechte zijde  $\propto r$ , dan is  $x \propto \sqrt{ry}$ , of  $xx \propto ry$ , en  $\frac{xx}{r} \propto y$ , soo men dan van 't ghegheven punt A een Linie treckt evenwijdigh met de ordentlijke MC, soo is  $AL \propto x$ , en  $LC \propto y \propto \frac{xx}{r}$ . Hier begint  $x$  in 't punt A, maer soo de weerde van  $x$  begint in eenigh ander ghegheven punt, daer buyten zijnde, soo komender dese volgende veranderingen.

Ten eersten, wanneer 't ghegheven punt, komt in de Linie AL, buyten het punt A, als in N, en dat men steldt  $AN \propto b$ ,  $NL \propto x$ ,  $CL \propto y$ , de rechte zijde  $\propto r$ , en  $AL \propto z$ , soo is  $CL \propto \frac{zz}{r}$ , soo men dan in de plaets van  $z$  steldt  $b + x$ , dat is  $bb + 2bx + xx$ , in de plaets van  $zz$ , soo is  $CL \propto y \propto \frac{bb + 2bx + xx}{r}$ , maer als L komt tusschen A en N, dan steldt-

men



# Meet-konst. *Vierde Deel.* 101

men  $b - x$ , en wanneer A is tusschen N en L, stelt men  $x - b$ , in de plaats van  $z$ , so dat men in dese twee leste voorvallen heeft  $y \propto \frac{bb - 2bx + xx}{r}$ .

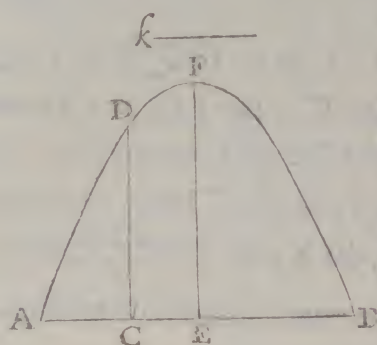
Ten tweeden, soo 't ghegheven punt komt buyten de Linie AL als in O, en dat OQ evenwijdigh is met AL, en dat men stelt AN  $\propto$  OP  $\propto$  b, NO  $\propto$  LQ  $\propto$  d, OQ  $\propto$  x, CQ  $\propto$  v, en de rechte zijde  $\propto$  r. Addeert CL tot LQ  $\propto$  d, komt CQ of  $y \propto d + \frac{bb + 2bx - xx}{r}$ , maer soo Q komt tusschen C en L, dan is  $y \propto \frac{bb - 2bx + xx}{r} - d$ , en als C komt tusschen L en Q, dan is  $y \propto d - \frac{bb + 2bx + xx}{r}$ , dat is  $y \propto \frac{dr - bb - 2bx - xx}{r}$ .

Ten derden, wanneer 't ghegheven punt is buyten de raekende AL, in een linie on-evenwijdigh met de selve, als hier in de linie OR, het punt O, maer dat de reden van OR tot OQ gegeven is, soo men dan stelt, dat OR is tot OQ, als f tot g, en OR tot QR, als f tot h, en dat OR doet x, soo is OQ  $\propto \frac{gx}{f}$ , en QR  $\propto \frac{hx}{f}$ , voorts dat RC is  $\propto$  y, AN  $\propto$  OP  $\propto$  b, NO  $\propto$  LQ  $\propto$  d, addeert LQ  $\propto$  d, tot QR  $\propto \frac{hx}{f}$ , komt LR  $\propto d + \frac{hx}{f}$ , dan addeert QO tot OP, komt PQ  $\propto$  AL  $\propto b + \frac{gx}{f}$ . Soo men nu stelt, dat AL doet z, so is LC  $\propto \frac{zx}{r}$ , schrijft  $b + \frac{gx}{f}$ , in de plaats van z, dat is  $bb + \frac{2bgx}{f} + \frac{g^2xx}{ff}$  in de plaats van zz, soo komt LC  $\propto \frac{bb}{r} + \frac{2bgx}{fr} + \frac{g^2xx}{ffr}$ , hier by addeert LR  $\propto d + \frac{hx}{f}$ , komt CR  $\propto y \propto d + \frac{hx}{f} + \frac{bb}{r} + \frac{2bg}{fr}x + \frac{g^2xx}{ffr}$ . De veranderinghen van de teeckens + en -, die der in alle voorvallen ontstaen, zijn licht uyt te vinden.

N 3

Hier

Hier wordt men ghewaer, dat soo men een Werck-stuck tot een Vergelijkingh ghebracht heeft, en dat men d'een onbekende quantiteyt maer van een Dimensie bevindt, en d'ander van twee, dat de plaats dan is een Parabole.



Volghen eenighe Voorbeelden :  
Dese kromme Linie is dusdanigh van natuer, wanneermen uyt eenigh punt in den omtreck als D, beschrijft de recht-dalende DC, op de gegeven linie AB, dat altijd den rechthoeck AC, CB is ghelijck den rechthoeck van DC, en noch een gegeven linie als  $k$ . Men begheert de selve kromme Linie te kennen.

Steldt AE of EB  $\propto a$ , soo is AB  $\propto 2a$ , voorts AC  $\propto x$ , en CD  $\propto y$ , soo is BC  $\propto 2a - x$ , en den rechthoeck AC, CB  $\propto 2ax - xx$ , 't selve is ghelijck den rechthoeck op DC, en de linie  $k$ , te weten  $ky \propto 2ax - xx$  of  $y \propto \frac{2ax - xx}{k}$ .  $y$  is hier ghelijck  $xx$ , daerom is 't een parabole, en om datter komt  $-xx$ , dat gheeft te kennen, in de tweede soort dat C komt, tusschen L en Q, en om datter is  $+ax$ , dat beroont, dat C alhier komt tusschen A en B, soo is dese verghelijkingh  $y \propto \frac{2ax - xx}{k}$ , de selfde als  $y \propto \frac{dr - bb + 2bx - xx}{r}$ , men heeft dan hier dese Verghelijkinghen.

$r \propto k$ , de rechte zijde.

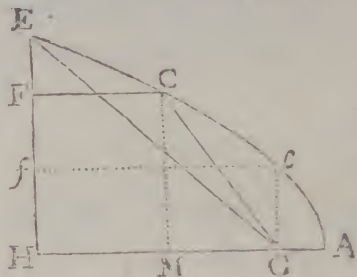
$2a \propto 2b$ , of  $a \propto b$ , voor AE of EB.

$dr - bb \propto 0$ , doet de  $r$ , en  $bb$  wech, komt  $dk \propto aa$ , en  $d \propto \frac{aa}{k}$  voor EF.

Tweede







Steldt  $GH \propto a$  rechthoekig op  $EH$ .  $EG \propto FC + CG \propto b$ , ſo veel is dan mede  $HA + AG$ , ſoo heeft men  $AG \propto \frac{1}{2}b - \frac{1}{2}a$ , en  $AH \propto \frac{1}{2}b + \frac{1}{2}a$ , voorts ſteldt  $AM \propto y$ , en  $MC \propto x$ , ſoo is  $HM \propto FC \propto \frac{1}{2}b + \frac{1}{2}a - y$ , ſo is  $CG \propto \frac{1}{2}b - \frac{1}{2}a + y$ , diens vier-

kant is  $+ \frac{1}{4} bb + by + yy$ , dan treckt  $AG \propto \frac{1}{2} b - \frac{1}{2} a$

$$- \frac{1}{2} ab - ay$$

$$+ \frac{1}{4} aa$$

van  $AM \propto y$ , rest  $MG \propto y - \frac{1}{2}b + \frac{1}{2}a$ , diens vierkant zijn-  
de  $yy - by + \frac{1}{4}bb$  getrocken van't vierkant op  $CG$ , rest  $2by$   
 $+ ay - \frac{1}{2}ab$   
 $+ \frac{1}{4}aa$

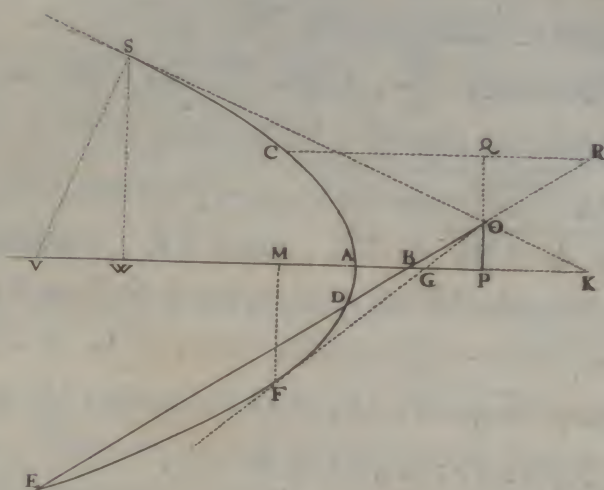
$-2ay$ , voor 't vierkant op  $CM \propto xx$ , soo heeft men  $xx \propto 2by - 2ay$ , om dat hier is  $xx \propto y$ , dat betoont dat de kromme Linie een Parabole is, zijnde van die soort al-waer  $xx$  is  $\propto ry$ , soo is de rechte zijde  $r \propto 2b - 2a$ , en  $AG \propto \frac{1}{2}b - \frac{1}{2}a \propto \frac{1}{4}r$ , wanneer dan  $fc$  gestelt wordt  $\propto HG$ , komt  $cG \propto \frac{1}{2}r$ .

Volgt tot oeffeninghe van den Leerlingh hier tuffchen noch een Werk-fluck.

Van desen Parabole  $CAD$ , is de rechte zijde ghelyck  $r$ ,  $AP$  inde verlenghde  $as \propto d$ ,  $PO \propto b$ , zynae rechtwaeckigh op  $AP$ , voorts  $BO$ , is tot  $OP$ , als  $f$  tot  $g$ , en  $BO$  tot  $BP$ , als  $f$  tot  $h$ , dat is  $OP$  tot  $BP$ , als  $g$  tot  $h$ , de lenghte der deursnijdinge van  $DO$ , of  $EO$ , te vinden.

Wan-





Wanneer men stelt  $OR \propto x$ , en  $CR \propto y$ , so is hier voor  
 gevonden  $y \propto d + \frac{bx}{f} + \frac{bb}{r} + \frac{2bg}{fr}x + \frac{gg}{ffr}xx$ , nu staet  
 te bemerken, dat de weerde van  $y$ , in 't punt  $D \propto 0$  is, voorts  
 om dat  $O$  staet tusschen  $R$  en  $D$ , daerom moet men inde plaets  
 van  $+x$ , stellen  $-x$ , so heeft men  $y \propto d - \frac{bx}{f} + \frac{bb}{r} - \frac{2bg}{fr}x$   
 $+ \frac{gg}{ffr}xx \propto 0$ , multiplicceert alles met  $\frac{ffr}{gg}$ , komt

$$xx - \frac{bfr}{\frac{gg}{2bf}}x + \frac{dffr}{\frac{gg}{bbff}} \propto 0, \text{ soo is dan}$$

$$x \propto \frac{bf}{g} + \frac{hfr}{2gg} + \sqrt{\frac{hbffrr}{4g^4} + \frac{bffhr}{g^3} - \frac{dffr}{gg}}, \text{ voor OE, en}$$

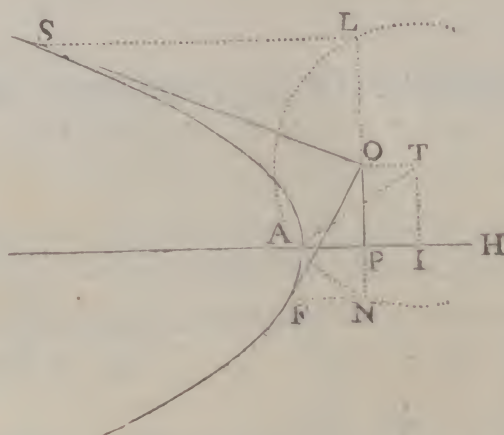
$$x \propto \frac{bf}{g} + \frac{hfr}{2gg} - \sqrt{\frac{hbffrr}{4g^4} + \frac{bffhr}{g^3} - \frac{dffr}{gg}}, \text{ voor OD, dit}$$

vā malkander getrockē komt  $DE \propto \sqrt{\frac{hbffrr}{g^4} + \frac{4bffhr}{g^3} - \frac{4dffr}{gg}}$ .

O

Wanneer

Wanneer nu dese DE is  $\infty 0$ , als in F, daer sal de linie OF, den Parabole aen-raecken. Soo men als-dan de reden van OP, tot GP begeert te vinden, so stelt  $\frac{hbffrr}{g^4} + \frac{4bffhr}{g^3} - \frac{4dffr}{g^2} \infty 0$ , dit ghedivideert door  $\frac{ffr}{gg}$ , komt  $\frac{hhr}{gg} + \frac{4bh}{g} - 4d \infty 0$ , alles gemultipliceert met  $\frac{gg}{r}$ , komt  $hb + \frac{4bg}{r} - \frac{4dgg}{r} \infty 0$ , soo is  $b \infty \sqrt{\frac{4bbgg}{rr} + \frac{4dgg}{r} - \frac{2bg}{r}}$  voor GP, en  $-b \infty \sqrt{\frac{4bbgg}{rr} + \frac{4dgg}{r} + \frac{2bg}{r}}$ , voor PK, wanneer men dan uyt O, de raeckende OF wil trecken, dan is OP tot PG, als  $g$  tot  $\sqrt{\frac{4bb}{rr} + \frac{4d}{r} - \frac{2b}{r}}$ , of als  $\frac{1}{2}r$  tot  $\sqrt{bb + dr} - b$ , en OF doet dan  $\frac{bf}{g} + \frac{bfr}{2gg}$ , en OP tot PK, als  $\frac{1}{2}r$  tot  $\sqrt{bb + dr} + b$ .



Om dit door Linien te doen, soo maeckt AH  $\propto$  de rechte zijde, deeldt PH in twee ghelijck in I, dan treckt IT ghelijck PO, en evenwijdigh met de selve, beschrijft om 't Center



ter T, op den half-middellijn AT, den Circul-booge NAL, die snijdt de verlenghde OP in de punten N en L, dan beschreven SL, en FN beyde evenwijdigh met AH, soo zijn S en F, de begheerde raek-punten, want  $VW \propto \frac{1}{2}r$ , is tot WS  $\propto \sqrt{bb + dr + b}$ , als OP, tot PK.

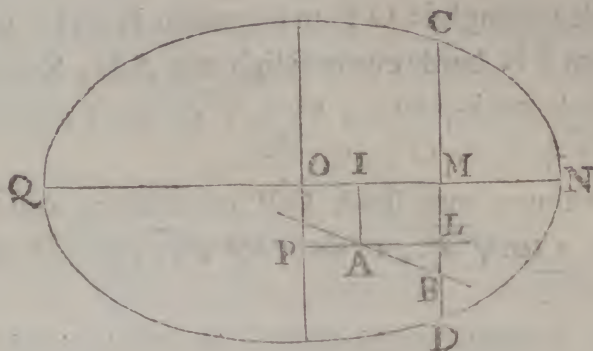
Maer wanneer men steldt OP of  $b \propto 0$ , dan is MF tot MG, als 1 tot  $\sqrt{\frac{4d}{r}}$ , of als  $\frac{1}{2}r$  tot  $\sqrt{dr}$ , en GF  $\propto \frac{hfr}{2}$ , of  $\sqrt{4dd + dr}$ .

Wijders wanneer men begheert, dat DE is ghelijck een ghegeven Linie, als neem ick ghelijck  $k$ , soo is  $\frac{hbffrr}{g^4} + \frac{4bffb}{g^3} - \frac{4dffr}{gg} \propto k^2$ . So men dan steldt  $g$  voor de uniteyt, so is  $ff \propto hb + 1$ , doet over-al de  $ff$  en  $g$  wech, komt een verghe-lijkingh in welck gheen onbekende quantiteyt als  $h$  en resteert, maer loopt tot vier Dimensien.

### *Den Ellipsis.*

Wanneer men in den Ellipsis steldt  $MN \propto v$ , de ordentlijke  $MC \propto x$ , de dwersche  $QN \propto q$ , de rechte zijde  $\propto r$ , dan is  $x \propto \sqrt{\frac{qr - r^2}{q}}$ .

Hier begint de onbekende quantiteyt  $v$ , in 't punt N, soo men dan begeert, dat d'onbekende quantiteyt in 't Center O begint, en dat men steldt  $OM \propto y$ ,  $MC \propto x$ , soo is  $MN \propto \frac{1}{2}q - y$ , soo men dit in de plaats van  $v$  steldt, en desselfs vierkant in de plaats van  $vv$ , soo komt  $MC \propto x \propto \sqrt{\frac{1}{4}qr - \frac{r}{q}yy}$ . Maer so men het ghegeven punt steldt buyten O, dat gheeft dese volghende veranderinghen.



Ten eersten, soo 't ghegheven punt komt in den middel-lijn buyten het Center, als hier in I, en dat men stelt  $OI \propto b$ ,  $IM \propto y$ ,  $MC \propto x$ , de rechte zijde  $\propto r$ , de dwersche  $\propto q$ , en  $OM \propto z$ , soo is  $MC$  of  $x \propto \sqrt{\frac{1}{4}qr - \frac{r}{q}zz}$ , wanneer men dan voor 't vierkant van  $z$ , stelt het vierkant  $y + b$ , zijnde  $yy + 2by + bb$ , so verkrijgt men  $x \propto \sqrt{\frac{1}{4}qr - \frac{r}{q}yy - \frac{2br}{q}y - \frac{bb r}{q}}$ , voor  $MC$ , maer soo 't punt M staet tusschen I en O, dan stelt men  $b - y$ , en soo 't punt O, staet tusschen M en I, dan setmen  $y - b$ , in de plaats van  $z$ , soo dat men in dese twee leste gevallen heeft  $x \propto \sqrt{\frac{1}{4}qr - \frac{r}{q}yy + \frac{2br}{q}y - \frac{bb r}{q}}$ .

Ten tweeden, soo 't ghegheven punt komt buyten de Linie ON, als neem ick in A, maer dat AL evenwijdigh is met ON, en dat men stelt  $OI \propto AP \propto b$ ,  $AI \propto LM \propto d$ ,  $AL \propto y$ ,  $LC \propto x$ , de rechte zijde  $\propto r$ , en de dwersche  $\propto q$ , so addeertmen LM tot MC, komt LC of  $x \propto d + \sqrt{\frac{1}{4}qr - \frac{r}{q}yy - \frac{2br}{q}y - \frac{bb r}{q}}$ , so is  $LD \propto \sqrt{\frac{1}{4}qr - \frac{r}{q}yy - \frac{2br}{q}y - \frac{bb r}{q}} - d$ , maer als C, komt



komt tussen L en M, dan is  $x \propto d - \sqrt{\frac{1}{4}qr - \frac{r}{q}yy - \frac{2br}{q}y - \frac{bb'r}{q}}$ .

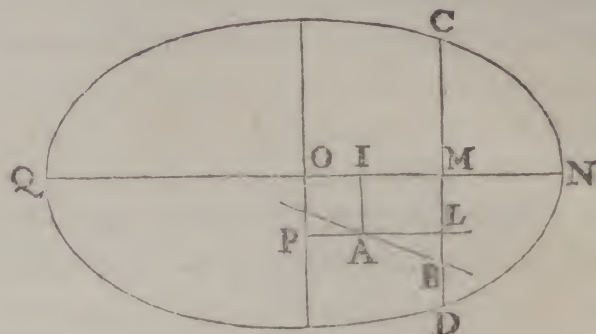
Ten derden, wanneer 't bepaelde punt, is buyten de linie ON, in een linie onevenwijdigh met de selve, als hier in de linie AB, in 't punt A, en dat de reden van AB tot AL gegeven is, so men dan stelt dat AB, is tot AL, als  $f$  tot  $g$ , en AB tot BL, als  $f$  tot  $h$ , en dat AB doet  $y$ , so is  $AL \propto \frac{gy}{f}$ , en  $BL \propto \frac{hy}{f}$ , voorts dat BC is  $\propto x$ ,  $OI \propto PA \propto b$ ,  $IA \propto ML \propto d$ . Addeert ML  $\propto d$ , tot  $BL \propto \frac{hy}{f}$ , komt  $BM \propto d + \frac{hy}{f}$ , en addeert AL tot AP, komt  $LP \propto OM \propto b + \frac{gy}{f}$ . Soo men nu stelt dat OM doet  $z$ , soo doet MC,  $\sqrt{\frac{1}{4}qr - \frac{r}{q}zz}$ , stelt daerom  $b + \frac{gy}{f}$  in de plaats van  $z$ , dat is  $bb + \frac{2bgy}{f} + \frac{ggyy}{ff}$  in de plaats van  $zz$ , soo komt  $MC \propto \sqrt{\frac{1}{4}qr - \frac{bb'r}{q} - \frac{2bgr}{qf}y - \frac{gg'r}{qff}yy}$ , hier by addeert  $BM \propto d + \frac{hy}{f}$ , komt  $BC \propto x \propto d + \frac{hy}{f} + \sqrt{\frac{1}{4}qr - \frac{bb'r}{q} - \frac{2bgr}{qf}y - \frac{gg'r}{qff}yy}$ , soo is  $BD \propto \sqrt{\frac{1}{4}qr - \frac{bb'r}{q} - \frac{2bgr}{qf}y - \frac{gg'r}{qff}yy} - d + \frac{hy}{f}$ . De veranderingen van de teeckens  $+$  en  $-$ , dieder in alle voorvallen ontsaen, zijn licht uyt te vinden.

Merckt, al is 't dat wy de ordentlijke MC, rechthoeckigh op den middellijn QN gesteldt hebben, dat dit alle niet-te-min mede plaats heeft, in die daer de ordentlijke scheef-hoeckigh op den middel-lin komen. Het selve is oock te verstaen van de andere Keghel-sneeden.

Hier moet noch bemerckt worden, so men een Werck-stuck tot een vierkant-verghelijckigh ghebracht heeft, dat diens wortel altijd een binomium is, of 't en waer dat de tweede term

O 3.

ont-



ontbrack, en  $MC$  is altijd van 't selve binomium het wortel-ghetal, en wanneer in 't wortel-ghetal onder anderen een quantiteyt met  $-yy$  gheteekent komt, dat geeft te kennen, dat de kromme linie een Ellipsis of rondt is.

Volghen eenighe Voorbeelden.

Eerste voorbeeldt: *Descartes* vindt in zijn *France Geometrie* pag: 326.  $BC$  of  $y \propto m - \frac{n}{z}x + \sqrt{mm + ox - \frac{p}{m}xx}$ , of dat 't selve is  $x \propto m - \frac{n}{z}y + \sqrt{mm + oy - \frac{p}{m}yy}$ , om datter in 't wortel-ghetal komt  $-yy$ , dat gheeft te kennen, dat de plaats een Ellipsis, of rondt is, want soo wanneer  $q$  is  $\propto r$ , dan is 't een rondt. Soo men de rechte en dwersche zijde van foodanighe kromme Linie wil vinden, soo hebben wy hier voren, wanneer 't punt  $B$ , komt tusschen  $L$  en  $M$ , en  $O$  tusschen  $I$  en  $M$ ,  $x \propto d - \frac{h}{f}y + \sqrt{\frac{1}{4}qr - \frac{bb}{q}r + \frac{zbr}{qf}y - \frac{gg}{qff}yy}$ , Wy bevinden dan voor eerst, dat  $m$  is  $\propto d$ ,  $n \propto h$ ,  $z \propto f$ , soo is  $a$



# Meet-konst *Vierde Deel.* III

is  $a \propto g$ . Dese letters wech ghedaen, soo heeft men  $x \propto m$   
 $-\frac{n}{z}y + \sqrt{\frac{1}{4}qr - \frac{bbr}{q} + \frac{2bar}{qz}y - \frac{aar}{qzz}yy}$ , dese dan voorts  
 vergeleeecken met die van *Descartes*, soo hebben wy dese vol-  
 ghende drie Verghelijckenghen.

$$mm \propto \frac{1}{4}qr - \frac{bbr}{q}.$$

$$o \propto \frac{2abr}{qz}, \text{ soo is } \frac{2abr}{oz} \propto q, \text{ en } \frac{oqz}{2ab} \propto r.$$

$$\frac{p}{m} \propto \frac{aar}{qzz} \text{ of } p q z z \propto a a m r, \text{ dat is als } q \text{ tot } r, \text{ alsoo } a a m \text{ tot } p z z.$$

Wanneer dan komt  $a a m \propto p z z$ , dat beteecken dat den El-  
 lipsis een rondt is. Voorts doet in de derde Verghelijckinghe de  
 $r$  wech, komt  $\frac{p}{m} \propto \frac{ao}{2bz}$ , of  $\frac{mao}{2pz} \propto b$ , voor  $OI \propto AP$ .

Doet in de eerste Verghelijckinghe de  $q$  wech, komt  $mm \propto$   
 $\frac{abrr}{2oz} - \frac{boz}{2a}$ , of  $\frac{2mmo}{ab} + \frac{o o z z}{aa} \propto rr$ , doet de  $b$  wech, komt  
 $\frac{o z z}{aa} + \frac{4mpz}{aa} \propto rr$ , en  $\frac{z}{a} \sqrt{oo + 4mp} \propto r \propto \frac{oqz}{2ab}$ , mul-  
 tipliceert aen weder-zijden met  $\frac{a}{z}$ , komt  $\sqrt{oo + 4mp} \propto \frac{oq}{2b}$ ,  
 en  $oo + 4mp \propto \frac{o o q q}{4bb}$ , doet de  $bb$  wech, komt  $oo + 4mp$   
 $\propto \frac{ppqqzz}{mmaa}$  of  $\sqrt{oo + 4mp} \propto \frac{pqz}{ma}$ , soo is  $\frac{am}{pz} \sqrt{oo + 4mp}$   
 $\propto q$ . Anders als  $p z z$  tot  $a a m$  (zijnde de reden van de rechte  
 tot de dwersche zijde), also  $\frac{z}{a} \sqrt{oo + 4mp}$ , tot  $\frac{am}{pz} \sqrt{oo + 4mp}$ .

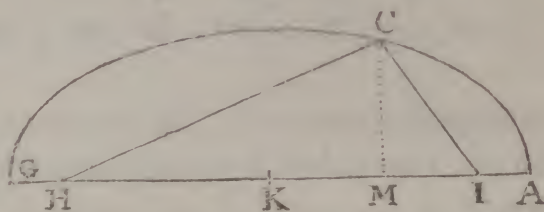
Soo hebben wy gevonden  $AP \propto OI$ , of  $b$ ,  $\propto \frac{mao}{2pz}$   
 de rechte zijde  $r \propto \sqrt{\frac{o o z z}{aa} + \frac{4mpz}{aa}}$ , of  $\frac{z}{a} \sqrt{oo + 4mp}$ ,  
 de dwersche  $q \propto \sqrt{\frac{aa mr oo}{fpzz} + \frac{4aa m^3}{pz z}}$ , of  $\frac{am}{pz} \sqrt{oo + 4mp}$ .

Tweede

# 112 GEOMETRIA, ofte

## *Tweede Voorbeeldt.*

Van desen Drie-hoeck  $HCI$ , is ghegheven den Basis  $HI$ , en beyde op opstaende zijden t'samen in een somme, men vraecht naer de plaats van den top  $C$ .



Deeldt  $HI$  in twee ghelijck in  $K$ , en steldt  $HI \propto b$ ,  $HC + CI \propto d$ ,  $KM \propto y$ , en  $MC \propto x$ , soo is  $HM \propto \frac{1}{2}b + y$ , en  $MI \propto \frac{1}{2}b - y$ . Addeert het vierkant  $HM$ , tot 'et vierkant op  $MC$ , daer uyt den vierkant-wortel, komt  $HC \propto \sqrt{\frac{1}{4}bb + by + yy + xx}$ , op de selve wijze, addeert het vierkant op  $MI$  tot 'et vierkant op  $MC$ , daer uyt den vierkant-wortel komt  $CI \propto \sqrt{\frac{1}{4}bb - by + yy + xx}$ . So is  $HC + CI \propto d \propto \sqrt{\frac{1}{4}bb + by + yy + xx} + \sqrt{\frac{1}{4}bb - by + yy + xx}$ , of  $d - \sqrt{\frac{1}{4}bb + by + yy + xx} \propto \sqrt{\frac{1}{4}bb - by + yy + xx}$ , dit aen weder-zijden in 't vierkant ghemultipliceert, de gelijke wech ghedaen, en door  $2d$  ghedivideert, komt  $\frac{1}{2}d + \frac{b}{d}y \propto \sqrt{\frac{1}{4}bb + by + yy + xx}$ , dit wederom aen weder-zijden in 't vierkant ghemultipliceert, en de ghelijcke wech ghedaen, komt



# Meet-konst. *Vierde Deel.* 113

komt  $\frac{1}{4}dd + \frac{bb}{dd}yy \propto xx + \frac{1}{4}bb + yy$ , soo is ten laetsten  
 $x \propto \sqrt{\frac{1}{4}dd - \frac{1}{4}bb + \frac{bb yy - dd yy}{dd}}$ .

Om dat  $b$  minder is dan  $d$ , dat gheeft te kennen, datter  $-yy$  komt, daerom is de plaats een Ellipsis, en om datter in 't selve wörtel-ghetal gheen  $y$  komt, dat betoont, dattet van de soort is, daer  $x$  is  $\propto \sqrt{\frac{1}{4}qr - \frac{r}{q}yy}$ , dese vergeleeken met de ghegeuvonden weerde van  $x$  soo zijnder dese twee Vergelijkinghen.

$\frac{1}{4}qr \propto \frac{1}{4}dd - \frac{1}{4}bb$ , of  $qr \propto dd - bb$ .  
 $\frac{r}{q} \propto \frac{dd - bb}{dd}$ , steldt  $qr$  in de plaats van  $dd - bb$ , soo is  $\frac{r}{q} \propto \frac{qr}{dd}$ , en  $d \propto q$  de dwersche, doet in d'eerste Vergelijcking de  $q$  wech, so is  $dr \propto dd - bb$ , en  $bb \propto dd - dr$ , so komt  $HI \propto \sqrt{dd - dr}$ .

Soo hebben wy gevonden, dat de dwersche van desen Ellipsis is ghelijck  $HC + CI \propto d$ , 't welck te kennen gheeft, dat  $H$  en  $I$  de Brandt-punten zijn, welcker distantie is  $\sqrt{dd - dr}$ , te weten wanneer  $r$  is  $\propto$  de rechte zijde, zijnde  $\propto \frac{dd - bb}{d}$ .

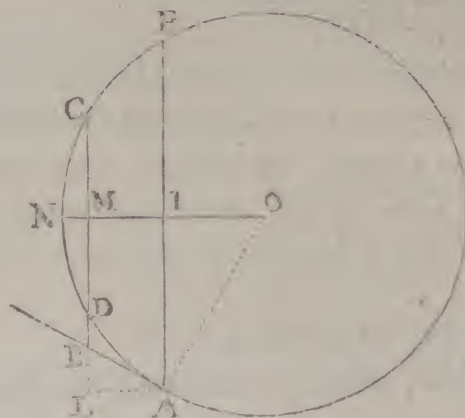
## *Derde Voorbeeldt.*

Zijnde drie proportionalen, doen t'samen de lenghde van de Linie  $AE$ , de plaats te vinden, die dese proportionalen bekennt maecken.

Steldt de ghegeven Linie  $AE \propto a$ , d'eerste van de proportionalen  $\propto x$ , de tweede  $\propto y$ , soo is de derde  $\propto \frac{yy}{x}$ . Dese drie doen in een somma  $x + y + \frac{yy}{x}$ , zijnde  $\propto$  de ghege-

P

ghe-



gheven  $a$ , so is  $xx + yx + yy \propto ax$ , en  $xx - ax + yx + yy \propto 0$ . Soo heeft men  $x \propto \frac{1}{2}a - \frac{1}{2}y + \sqrt{\frac{1}{4}aa - \frac{1}{2}ay - \frac{3}{4}yy}$ , om dat hier komt in't wortel-ghetal  $-yy$ , dat gheeft te kennen dat de plaets een Ellipsis of rondt is, dese vergheleucken met de derde soort al-waer B komt tusschen L en M, te weten met  $x \propto d - \frac{b}{f}y + \sqrt{\frac{1}{4}qr - \frac{bbr}{q} - \frac{2bgr}{fq}y - \frac{grr}{ffq}yy}$ , soo is  $d \propto \frac{1}{2}a$ ,  $b \propto 1$ ,  $f \propto 2$ , soo is  $g \propto \sqrt{3}$ , dese inde Verghelijckingh wech ghedaen, komt  $x \propto \frac{1}{2}a - \frac{1}{2}y + \sqrt{\frac{1}{4}qr - \frac{bbr}{q} - \frac{2br\sqrt{3}}{2q}y - \frac{3r}{4q}yy}$ .

Voorts dese met de gevonden vergeleeken, so zijnder drie vergelijkingen, te weten :  $\frac{1}{4}aa \propto \frac{1}{4}qr - \frac{bbr}{q}$ .

$$\frac{1}{2} a \propto \frac{br\sqrt{3}}{q}.$$

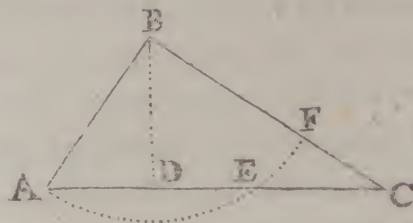
$$\propto \frac{3}{4} \frac{r}{q}, \text{ so } r \propto q, \text{ en vol-}$$

gens dien is de plaats een ront, stelt overal in de plaats van  $r$ , een  $q$ .  
Soo





# 116 GEOMETRIA, ofte



+  $\frac{ggdd - 4ggdy + 4ggyy}{aa}$ , hier van ghetrocken het vierkant op DC, zijnde  $dd - 2dy + yy$ , rest het vierkant op BD  $zz$  +  $\frac{2gdz - 4gyz}{a} + \frac{ggdd - 4ggdy + 4ggyy}{aa} - dd + 2dy - yy$ , het selve is ghelijck  $zz - yy$ , de gelijke wech ghedaen, en alles met

aa gemultip. komt  $2agd\dot{z} - 4agyz + ggdd - 4ggdy + 4ggyy - aadd + 2aady$

$\propto 0$ , dit kan ghedivideert worden door  $d - 2y$ , komt  $2ag\dot{z} + ggdd - 2ggy - aad \propto 0$ , soo is AB of  $z \propto \frac{aad - ggdd + 2ggy}{2ag}$ , steldt  $f$  in de plaats van  $\frac{aad - ggdd}{2ag}$ , soo is AB  $\propto f + \frac{g}{a}y$ , het vierkant van BD is dan  $\propto ff + \frac{2gf}{a}y + \frac{gg}{aa}yy - yy$ .

Merckt, om dat de differentie der hanghendens gronden al-tijdt meerder is, dan de differentie der opstaende zijden, daerom is  $a$  meerder dan  $g$ , en volghens dien is de plaats of kromme linie een Ellipsis.

Deze vergheleeken met  $\frac{1}{4}qr - \frac{bbr}{q} + \frac{2br}{q}y - \frac{r}{q}yy$ , te weten wanneer 't punt I, staet tusschen Q en O. So hebben wy  $\frac{aad - gg}{aa} \propto \frac{r}{q}$ , dat is als  $aa$  tot  $aa - gg$ , alsoo de dwersche tot de rechte zijde.

$\frac{2gf}{a} \propto \frac{2br}{q}$ , soo is de dwersche tot de rechte zijde als  $2b$  tot  $\frac{2gf}{a}$ .

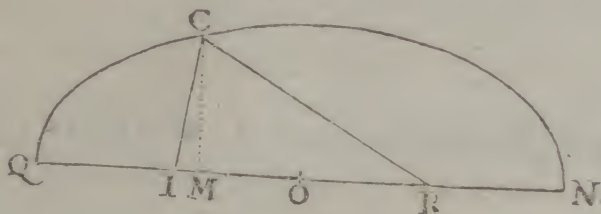
Daerom is  $aa$  tot  $aa - gg$ , als  $2b$ , tot  $\frac{2gf}{a}$ . Den rechthoeck op de buytenste is ghelijck den rechthoeck op de binnenste,



ste, soo komt  $2 gfa \propto 2 aab - 2 ggb$ , en  $\frac{2fa}{aa - gg} \propto b$ ,  
doet de  $f$  wech, soo is  $\frac{1}{2}d \propto b$ .

$\frac{1}{4}qr - \frac{bb}{q} \propto ff$ , de  $\frac{bb}{q}$ , doet aldus wech,  $aa$  is tot  $aa - gg$ ,  
dat is de dwersche is tot de rechte zijde, als  $bb$ , tot  $\frac{aabb - ggbb}{aa}$ ,  
hier by ghedaen  $ff$ , komt  $\frac{1}{4}qr \propto ff + \frac{aabb - ggbb}{aa}$ , doet de  
 $f$  en  $b$  wech, komt  $qr \propto \frac{aadd - ggdd}{gg}$ .

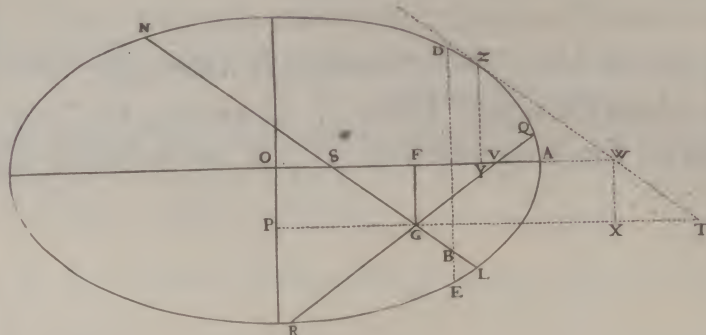
Stelt nu de dwersche  $\propto aav$ , en de rechte zijde  $\propto aa - gg$  in  $v$ ,  
soo is  $qr \propto \frac{aadd - ggdd}{gg} \propto aavv$  in  $aa - gg$ , alles ghedi-  
videert door  $aa - gg$ , komt  $\frac{dd}{gg} \propto aavv$ , of  $\frac{d}{g} \propto av$ , en  
 $\frac{d}{g} \propto v$ , soo is de dwersche  $\propto \frac{a}{g}d$ , en de rechte zijde  $\propto$   
 $\frac{aad - ggd}{ag}$ .



In den Ellipsis is dan  $IO \propto \frac{1}{2}d$ , de rechte zijde  $\propto \frac{aad - ggd}{ag}$ ,  
en  $IM \propto y$ , de dwersche  $\propto \frac{a}{g}d$ , dat is, in den voorgestelden  
driehoek als  $FC$  tot  $EC$ , also  $AC$ , tot de dwersche  $QN$ .

Tot oefeningh van den Leerlingh volgt hier tusschen bey-  
de noch een Werck-stuck.

*Van desen Ellipsis, is de dwersche  $\propto q$ , de rechte zijde  $\propto r$ ,  $OF \propto b$ ,  $FG \propto OP \propto d$ ,  $GS$  tot  $SE$  als  $f$  tot  $g$ , en  $GS$  tot  $FG$ , als  $f$  tot  $h$ , soo is  $FG$  tot  $FS$  als  $h$  tot  $g$ , de lenghte van  $GL$  en  $GN$  te vinden.*



Soo men steldt  $GB \propto y$ , en  $DB$ , of  $BE \propto x$ , soo is hier  
 voor gevonden  $x \propto d + \frac{by}{f} + \sqrt{\frac{1}{4}qr - \frac{bbr}{q} - \frac{2bgr}{qf}y - \frac{ggr}{qff}yy}$ ,  
 voor  $BD$ , en  $x \propto \sqrt{\frac{1}{4}qr - \frac{bbr}{q} - \frac{2bgr}{qf}y - \frac{ggr}{qff}yy}$   
 $- d + \frac{by}{f}$ , voor  $BE$ . Men moet hier bemercken, soo  $x$   
 of  $BD$  is  $\propto 0$ , dat  $y$  of  $GN$  dan komt in den omtreck van  
 den Ellipsis. Desghelijcks wanneer  $x$ , of  $BE$  is  $\propto 0$ , komt  
 $y$  of  $GL$  mede in den selven omtreck.

Wy hebben dan om G L of  $y$  te vinden,

$$\sqrt[4]{\frac{1}{4}qr - \frac{bbr}{q}} - \frac{2bgr}{qf}y - \frac{ggr}{qff}yy - d + \frac{by}{f} \propto 0,$$

of  $d$



of  $d + \frac{hy}{f} \propto \sqrt{\frac{1}{4}qr - \frac{bbr}{q} - \frac{2bgr}{qf}y - \frac{ggr}{qff}yy}$ , dit  
aen weder-zijden in 't vierkant gemultipliceert, en de Vergelijc-  
kingh van malkander getrocken rest  $\frac{hh}{ff}yy + \frac{2dh}{f}y + dd \propto 0$ ,  
 $\frac{ggr}{qff}yy + \frac{2bgr}{qf}y + \frac{bbr}{q}$

alles gedivideert door  $\frac{bh}{ff} + \frac{ggr}{qff}$ , komt  $yy + \frac{2dhf + 2bgrf}{hhq + ggr}y$   
 $+ \frac{ddffq + bbrff - \frac{1}{4}qqrff}{hhq + ggr} \propto 0$ , soo is  $y \propto \frac{dhf + bgrf}{hhq + ggr}$   
 $+ \sqrt{\frac{2bdfghqr + \frac{1}{4}ffhqq^3r - bbfhghqr - ddffggr + \frac{1}{4}ffgqqr}{h^4qq + 2ggghqr + g^4rr}}$  voor  
de weerde van G L.

Nu om dat G N staet aen de contrarie zijde van G L, steldt  
 $-y$  in de plaats van  $+y$ , soo heeft men  
 $yy + \frac{-2dhf - 2bgrf}{hhq + ggr}y + \frac{ddffq + bbrff - \frac{1}{4}qqrff}{hhq + ggr} \propto 0$ , soo is  
 $y \propto \frac{dhf + bgrf}{hhq + ggr} + \sqrt{\frac{2bdfghqr + \frac{1}{4}ffhqq^3r - bbfhghqr - ddffggr + \frac{1}{4}ffgqqr}{h^4qq + 2ggghqr + g^4rr}}$   
voor de weerde van G N.

So men G L addeert tot G N, so verkrijght men de gheele  
 $NL \propto 2\sqrt{\frac{2bdfghqr + \frac{1}{4}ffhqq^3r - bbfhghqr - ddffggr + \frac{1}{4}ffgqqr}{h^4qq + 2ggghqr + g^4rr}}$   
te weeten wanneer F G is tot F S als  $h$  tot  $g$ , maer soo wy  
F V stellen ghelijck F S, dan steldt men  $-g$ , in de plaats  
van  $+g$ , soo verkrijght men

$$QR \propto 2\sqrt{\frac{-2bdfghqr + \frac{1}{4}ffhqq^3r - bbfhghqr - ddffggr + \frac{1}{4}ffgqqr}{h^4qq + 2ggghqr + g^4rr}}.$$

Hier bemerckt men, dat wanneer men eenighe Linie deur  
een Ellipsis treckt als N L, of Q R, dat haer helft altijd een  
wortel-getal is, dat is noyt geen binomium.

Wanneer nu N L is  $\propto 0$ , als ghebeurt in Z, soo is het selve  
punt het raek-punt, van die raekkende Linie die evenwijdigh  
is met de selve N L, soo men 't selve punt begheert te vinden,  
steldt

# 120 GEOMETRIA, ofte

steldt de gevonden weerde van  $N L \infty 0$ , laet de noemer vaeren, en divideert alles door  $ffqr$ , soo heeft men  $+\frac{1}{4}qqhb - bbbh + 2bdgh + \frac{1}{4}ggqr - d d g g \infty 0$ .

Maer om dat  $b$  nu grooter is als  $\frac{1}{2}q$ , daerom treckt de vergelijkingh van  $0$ , so heeft men  $bbbh - \frac{1}{4}qqhb - 2bdgh - \frac{1}{4}ggqr + d d g g \infty 0$ , alles gedevidert door  $bb - \frac{1}{4}qq$ , soo komter

$$bh - \frac{2bdg}{bb - \frac{1}{4}qq} h + \frac{d d g g - \frac{1}{4}ggqr}{bb - \frac{1}{4}qq} \infty 0, \text{ en } b$$

$$\infty \frac{bdg}{bb - \frac{1}{4}qq} + \sqrt{\frac{d d g g q q - \frac{1}{4}q q q^2 r + \frac{1}{4}bb g g q r}{b^4 - \frac{1}{2}bb q q + \frac{1}{4}q^4}}$$

uyt  $T$  de raekende  $TZ$ , wil trecken, soo is  $TX$ , tot  $XW$ , als  $g$  tot de gevonden waerde van  $b$ , of als  $1$  tot  $\frac{bd}{bb - \frac{1}{4}qq}$

$$+ \sqrt{\frac{d d g g q q - \frac{1}{4}q q q^2 r + \frac{1}{4}bb g g q r}{b^4 - \frac{1}{2}bb q q + \frac{1}{4}q^4}}.$$

Soo men nu steldt dat  $FG \infty d$ , is  $\infty 0$ , so is  $WY$ , tot  $YZ$  als  $1$  tot  $\sqrt{\frac{\frac{1}{4}qr}{bb - \frac{1}{4}qq}}$ .

Wanneerder ghevraeght wierdt om de Linie  $N L$  deur 't ghegeven punt  $G$  te trecken ghelijck een ghegeven Linie moghelijk zijnde, als neem ick  $\infty k$ . Soo is de voor-gheonden

$$2 \sqrt{\frac{2bdffghqr + \frac{1}{4}ffhhq^2r - bbffhbqr - ddffggqr + \frac{1}{4}ffggqqr}{b^4qq + 2ggbbqr + g^4rr}} \infty k,$$

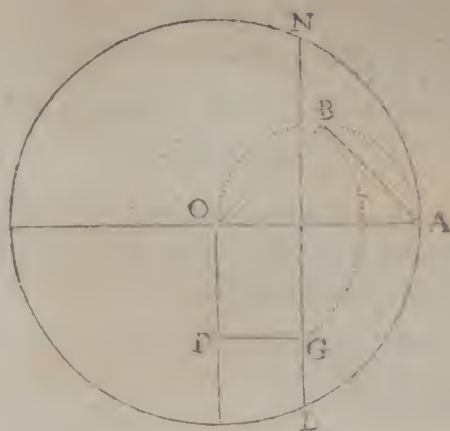
Soo men dan steldt  $g$  voor de uniteyt, soo is  $ff \infty hb + 1$ , en over-al de  $f$  en  $g$  wech ghedaen, soo salder gheen onbekende quantiteyt resteren als  $b$ , maer de Verghelijckeningh sal vier Dimensien hebben.

Soo men lust hadde, om te toonen, hoe men een Verghelijckeningh van twee Dimensien, door een gegheven Ellipsis kan ontbinden, so hebben wy hier voren gevonden  $yy + \frac{2dhfq + 2bgrf}{bhq + ggr} y + \frac{d d f f q + b b r f f - \frac{1}{2}q q r f f}{bhq + ggr} \infty 0$ .

Wanneer men dan heeft  $yy + ly - mm \infty 0$ , en dese met malkander verghelijckende, soo heeft men twee Verghelijckeninghen,







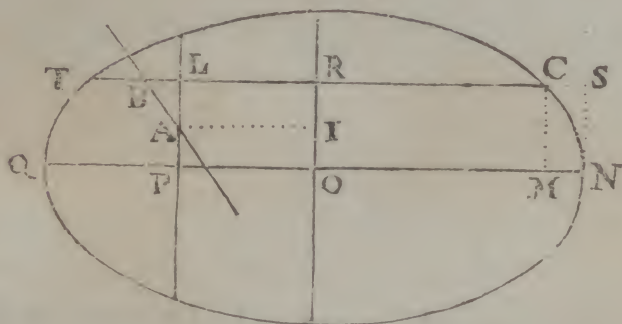
booghe  $B G$ , die snijdt de linie  $P G$  in't punt  $G$ , ten laetsten ghetrockende rechthoekighe  $N G L$ , soo is  $GL$  de begeerde weerde van  $y$ , en so de Vergelijkingh waer  $yy - ly - mm = 0$ , dan soude  $GN$ , de weerde van  $y$  wesen. Hier moet bemerckt worden, dat  $m$  minder wesen moet dan den half-middellijn  $OA$ , en  $\frac{1}{2}l$ , moet minder zijn dan  $OB$ .

Maer so men heeft  $yy - ly + mm \propto 0$ , dan stelt men  $AB \propto m$ , rechthoekigh op  $OA$ , en beschreven uyt 'et Center  $O$ , op den half-middellijn  $OB$ , den booge  $BG$ , die als-dan buyten 't rondt valt, die snijdt de linie  $PG$ , in 't punt  $G$ , ten laetsten ghetrocken de rechthoekighe  $GLN$ , so zijn de begeerde wortels  $GN$  en  $GL$ . En alsoo met de andere Keghel-snedden.

Wanneer



*Wanneer men in den Ellipsis steldt, dat de ordentlycke Linien parallel met de dwersche komen, soo heeft men dese volghende veranderinghen.*

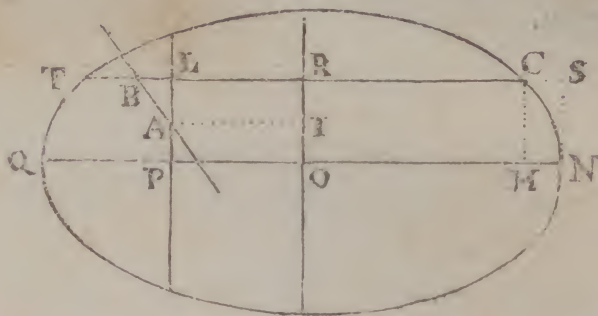


Soo in den Ellipsis ghesteldt wordt  $N M \propto v$ ,  $M C \propto x$ ,  
 de dwersche  $Q N \propto q$ , en de rechte zijde  $\propto r$ , soo is  $x \propto$   
 $\sqrt{\frac{qr v - r v v}{q}}$ , dat is  $xx \propto r v - \frac{r}{q} v v$ , of  $vv - qv + \frac{q}{r} xx$   
 $\propto 0$ , soo is  $v \propto \frac{1}{2} q + \sqrt{\frac{1}{4} q q - \frac{q}{r} xx}$ , voor  $ST$ , en  $v \propto$   
 $\frac{1}{2} q - \sqrt{\frac{1}{4} q q - \frac{q}{r} xx}$ , voor  $SC$ . Wanneer men dan stelt  
 $O R \propto x$ , en  $R C \propto R T \propto y$ , soo is  $y \propto \sqrt{\frac{1}{4} q q - \frac{q}{r} xx}$ .  
 Hier begint  $x$  in 't bepaelde punt  $O$ , te weten in 't middel-punt,  
 en  $y$  in 't onbepaalde punt  $R$ , te weten in de ordentlijke mid-  
 del-lijn, Maer soo men het gegheven punt buyten  $O$  stelt, dat  
 gheeft dese volgende veranderingen.

Ten eerften, wanneer 't ghegheven punt komt in de ordent-  
lijke middel-linie  $OR$ , buyten het middel-punt  $O$ , als neem

Q 2

ick



ick in I, en dat men stelt  $O I \propto b$ ,  $I R \propto x$ ,  $R C \propto y$ , de  
 rechte zijde  $\propto r$ , de dwersche  $\propto q$ , en  $O R \propto z$ , soo is  $R C$   
 $\propto y \propto \sqrt{\frac{1}{4} q q - \frac{q}{r} z z}$ , so ick dan in de plaats van  $z$  stel  $b + x$ ,  
 dat is  $b b + 2 b x + x x$  in de plaats van  $z z$ , soo is  $R C \propto y$   
 $\propto \sqrt{\frac{1}{4} q q - \frac{b b q}{r} - \frac{2 b q}{r} x - \frac{q}{r} x x}$ , maer soo R is tusschen  
 O en I, dan stelt men  $b - x$ , en wanneer O is tusschen I en  
 R, dan set men  $x - b \propto z$ , so dat men in dese twee voor-  
 vallen heeft  $y \propto \sqrt{\frac{1}{4} q q - \frac{b b q}{r} + \frac{2 b q}{r} x - \frac{q}{r} x x}$ .

Ten tweeden, wanneer 't gegeven punt komt buyten de Linie  $OR$ , als neem ick in  $A$ , maer dat  $AL$  evenwijdigh is met  $OR$ , en dat men stelt  $OI \propto AP \propto b$ ,  $AI \propto d$  parallel met  $QN$ ,  $AL \propto x$ ,  $LC \propto y$ , de rechte zijde  $\propto r$ , en de dwersche  $\propto q$ , soo addeert men  $LR$  tot  $RC$ , komt  $LC \propto y \propto d + \sqrt{\frac{1}{4}qq - \frac{bbq}{r} - \frac{2bq}{r}x - \frac{q}{r}xx}$ , soo is  $TL \propto \sqrt{\frac{1}{4}qq - \frac{bbq}{r} - \frac{2bq}{r}x - \frac{q}{r}xx} - d$ , en als  $C$  komt tufchen



schen L en R, dan is  $y \propto d - \sqrt{\frac{1}{4}qq - \frac{bbq}{r} - \frac{2bq}{r}x - \frac{q}{r}xx}$ .

Ten derden, wanneer 't bepaelde punt is buyten de linie O R, in een linie onevenwijdigh met de selve, als hier in de linie A B in 't punt A, en dat de reden van A B tot A L ghegheven is, so men dan stelt, dat A B is tot A L, als  $f$  tot  $g$ , en A B tot B L, als  $f$  tot  $h$ , en dat A B doet  $x$ , so is A L  $\propto \frac{gx}{f}$ , en B L  $\propto \frac{hx}{f}$ , voorts dat B C is  $\propto y$ , O I  $\propto$  P A  $\propto b$ , I A  $\propto$  R L  $\propto d$ . Addeert R L  $\propto d$ , tot B L  $\propto \frac{hx}{f}$ , komt B R  $\propto d + \frac{hx}{f}$ , en addeert A L tot A P, komt voor L P  $\propto$  O R  $\propto b + \frac{gx}{f}$ .

So men nu stelt dat O R is  $\propto z$ , so is R C  $\propto \sqrt{\frac{1}{4}qq - \frac{q}{r}zz}$ , schrijft dan  $b + \frac{gx}{f}$  inde plaats van  $z$ , dat is  $bb + \frac{2bgx}{f} + \frac{g^2}{ff}xx$ , inde plaats van  $zz$ , so is R C  $\propto \sqrt{\frac{1}{4}qq - \frac{bbq}{r} - \frac{2bgq}{rf}x - \frac{ggq}{rff}xx}$ , hier by addeert B R, komt B C  $\propto y \propto d + \frac{hx}{f}$

$+ \sqrt{\frac{1}{4}qq - \frac{bbq}{r} - \frac{2bgq}{rf}x - \frac{ggq}{rff}xx}$ , soo is B T  $\propto \sqrt{\frac{1}{4}qq - \frac{bbq}{r} - \frac{2bgq}{rf}x - \frac{ggq}{rff}xx} - d + \frac{hx}{f}$ . De veranderingen der teekens  $+$  en  $-$ , dieder in alle voorvallen ontmoeten, zijn licht uyt te vinden.

Wanneer men nu een Werck-stuck ghebracht heeft tot een Verghelijkinghe van twee Dimensien, soo is diens wortel altijd een Binomium, soo de tweede term niet en ontbreekt, en men moet altijd R C voor 't wortel-ghetal nemen van 't selve binomium, en wanneer in 't selve wortel-ghetal onder anderen komt  $-xx$ , dat gheeft te kennen dat de kromme Linie een Ellipsis of rondt is, want  $q$  zijnde  $\propto r$ , soo sal 't een rondt wesen.

Q 3

*Volgt.*

## Volght een Voorbeeldt

*Descartes* heeft ghevonden in zijn *France Geometrie* pag: 326 de lenghte  $BC \propto y \propto m - \frac{n}{z} x + \sqrt{mm + ox - \frac{p}{m} xx}$ .

Om dat hier in't wortel-ghetal komt  $-xx$ , dat gheeft te kennen dat de Kegel-snede een Ellipsis of rondt is. Soo wy dan dese vergelyckē met  $d - \frac{bx}{f} + \sqrt{\frac{1}{4}qq - \frac{bbq}{r} + \frac{2bfq}{rf}x - \frac{ffq}{ffr}xx}$ , te weten, wanneer B komt tusschen L en R, en O tusschen I en R, so is  $d \propto m$ ,  $b \propto n$ ,  $f \propto z$ , en volghens dien  $g \propto a$ , hier-en-boven zijnder noch drie verghelijkinghen, wanneer men de letteren van *Descartes* in de plaets van dese gesteldt heeft.

$$mm \propto \frac{1}{4}qq - \frac{bbq}{r}.$$

$$o \propto \frac{2abq}{rz}, \text{ of } \frac{orz}{2ab} \propto q, \text{ en } \frac{2abq}{oz} \propto r.$$

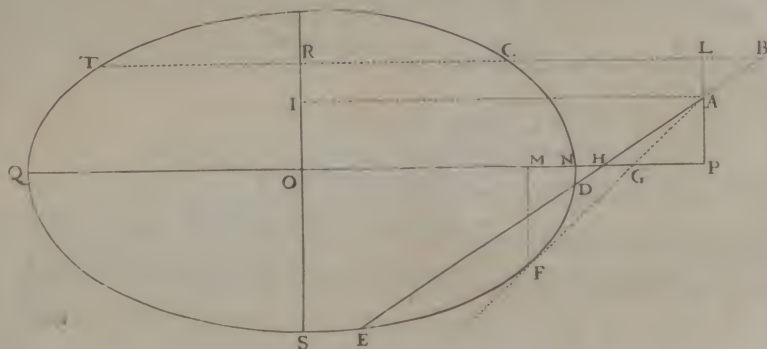
$\frac{p}{m} \propto \frac{aaq}{rzx}$ , of  $przx \propto maaq$ , soo is  $q$  tot  $r$ , als  $pzz$  tot  $aa m$ , doet de  $q$  wech, komt  $aom \propto 2bpz$  en  $\frac{aom}{2pz} \propto b$ , voor O I  $\propto P A$ . Doet in de eerste Verghelijkingh de  $r$  wech, komt  $mm \propto \frac{1}{4}qq - \frac{boz}{2a}$ , of  $4mm + \frac{2boz}{a} \propto qq$ , doet de  $b$  wech, komt  $4mm + \frac{o \circ m}{p} \propto qq$ , en  $\sqrt{4mm + \frac{o \circ m}{p}} \propto q \propto \frac{orz}{2ab}$ , doet wederom de  $b$  wech, en yder in't vierkant ghe-multipliceert komt  $4mm + \frac{o \circ m}{p} \propto \frac{pprrz^4}{a^4mm}$ , soo is  $\frac{4m^4a^4}{ppz^4} + \frac{a^4o \circ m^3}{p^1z^4} \propto rr$ , en  $r$  is dan  $\propto \sqrt{\frac{4m^4a^4}{ppz^4} + \frac{a^4o \circ m^3}{p^1z^4}}$ , of  $\frac{aam}{pzz} \sqrt{4mm + \frac{o \circ m}{p}}$ . Anders als  $pzz$  tot  $aa m$  (zijnde de reden van de dwersche tot de rechte zijde) alsoo  $\sqrt{4mm + \frac{o \circ m}{p}}$  tot  $\frac{aam}{pzz} \sqrt{4mm + \frac{o \circ m}{p}}$ , de rechte zijde.

Voeghe hier tusschen in dit volghende Werck-stuck.

Van



Van desen Ellipsis  $\mathcal{QCNF}$ , is de dwersche  $\propto q$ , de rechte zijde  $\propto r$ ,  $OP \propto d$ , en  $AP \propto b$ , voorts is  $HA$  tot  $AP$ , als  $f$  tot  $g$ , en  $HA$  tot  $HP$ , als  $f$  tot  $h$ , dat is  $AP$  tot  $HP$ , als  $g$  tot  $h$ , de lenghte der deursnijdinghe  $DA$ , of  $EA$  te vinden.



Wanneer men gestelt heeft  $AB \propto x$ , en  $BC \propto y$ , so is hier voren gevondē  $y \propto d + \frac{b}{f}x - \sqrt{\frac{1}{4}qq - \frac{bbq}{r} - \frac{2bgq}{fr}x - \frac{ggq}{ffr}xx}$ , te weten, wanneer  $C$  komt tusschen  $R$  en  $B$ . Nu staet te be- mercken dat de weerde van  $y$  in 't punt  $D$  of  $E \propto$  nul is, voorts om dat  $A$  staet tusschen  $D$  en  $B$ , daerom moet men in de plaets van  $+x$ , stellen  $-x$ , soo heeft men  $y \propto d - \frac{b}{f}x - \sqrt{\frac{1}{4}qq - \frac{bbq}{r} + \frac{2bgq}{fr}x - \frac{ggq}{ffr}xx} \propto 0$ , of  $d - \frac{b}{f}x \propto \sqrt{\frac{1}{4}qq - \frac{bbq}{r} + \frac{2bgq}{fr}x - \frac{ggq}{ffr}xx}$ . Dit multiplicceert aen weder-zijden in 't vierkant en de Verghelijkingh van malkander ghe-

128 GEOMETRIA, ofte

ghetrocken rest  $+dd - \frac{2dh}{f}x + \frac{hb}{ff}xx \infty 0$ , alles gedivi-

$$-\frac{1}{4}qq - \frac{2bg}{fr}x + \frac{gg}{ffr}xx$$

$$+ \frac{bbq}{r}$$

deert door  $\frac{hb}{ff} + \frac{gg}{ffr}$  komt  $xx + \frac{-2dfr - 2bfg}{hhr + ggr}x$

$$+ \frac{ddffr - \frac{1}{2}ffqqr + bbfq}{hhr + ggr} \infty 0, \text{ soo is } x \infty \frac{dfr + bfg}{hhr + ggr}$$

$$+ \sqrt{\frac{2bdfghqr + \frac{1}{2}ffhbqqr - bbfhbqr - ddfggr + \frac{1}{4}ffgq^3r}{h^4rr + 2gghqr + g^4q}}, \text{ en}$$

$$x \infty \frac{dfr + bfg}{hhr + ggr} - \sqrt{\frac{2bdfghqr + \frac{1}{2}ffhbqqr - bbfhbqr - ddfggr + \frac{1}{4}ffgq^3r}{h^4rr + 2gghqr + g^4q}},$$

voor AE en AD. Soo is de differentie DE  $\infty$

$$\sqrt{\frac{8bdfghqr + ffhbqqr - 4bbfqbqr - 4ddfggr + ffgq^3r}{h^4rr + 2gghqr + g^4q}}.$$

Merckt in de raeckende Linie AF, is DE  $\infty 0$ , soo is in de selve raeckende  $8bdfghqr + ffhbqqr - 4bbfqbqr - 4ddfggr + ffgq^3r \infty 0$ , divideert alles door  $ffqr$ , komt  $8bdgh + hbqr - 4bbb - 4ddg + gq \infty 0$ . Noch alles ghedivideert door  $qr - 4bb$ , komt

$$hb + \frac{8bdg}{qr - 4bb}h + \frac{-4ddg + gq}{qr - 4bb} \infty 0,$$

$$\text{Soo is } h \infty \sqrt{\frac{4ddgqr - gq^3r + 4bbgq}{qqrr - 8bbqr + 16b^4}} - \frac{4bdg}{qr - 4bb}.$$

Wanneer men dan, uyt A, de raeckende AF, wil trekken, dan is AP tot GP, als  $g$  tot de ghevonden weerde van  $h$ , of als 1 tot  $\sqrt{\frac{4ddqr - q^3r + 4bbq}{qqrr - 8bbqr + 16b^4}} - \frac{4bd}{qr - 4bb}$ .

So men nu stelt dat PA, of  $b$  is  $\infty 0$ , dan is MF tot MG als 1 tot  $\sqrt{\frac{4dd - q}{qr}}$ , of als  $\sqrt{qr}$  tot  $\sqrt{4dd - qq}$ , dat is als 't vierkant op OS tot 't vierkant op OG min 't vierkant op OD.

Voorder soo men begheert dat DE is ghelijck een ghegeven quantiteyt, als neem ick  $\infty k$ , soo is

$$\sqrt{8bd}.$$



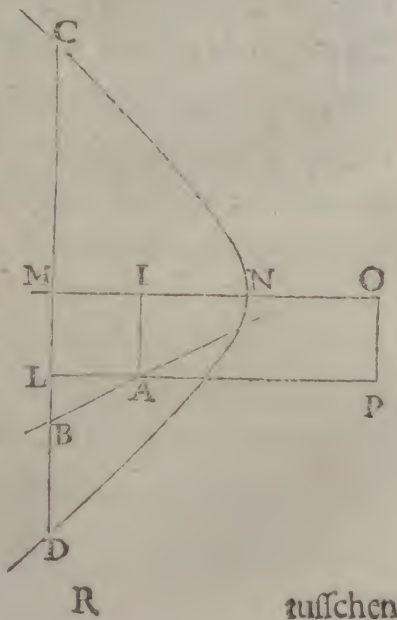
$$\sqrt{\frac{8bdfghqr + ffbhgqrr - 4bbffhghr - 4ddffggqr + ffggq^3r}{b^4rr + 2ggbbqr + g^4qq}} \propto k.$$

Wanneer men dan stelt  $g$ , voor de uniteyt, so is  $ff \propto bb + 1$ , en over-al de  $ff$  en  $g$  wech doet, soo salder gheen onbekende quantiteyt als  $b$  resteeren, maer de Verghelijckinghe sal loopen tot vier Dimensien.

### *Den Hyperbole.*

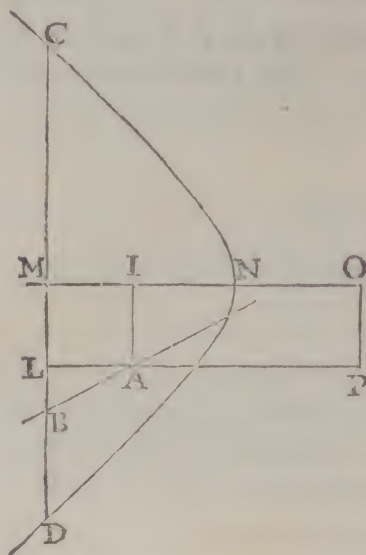
Wanneer men in den Hyperbole steldt  $MN \propto v$ ,  $MC \propto x$ , de dwersche  $\propto q$ , en de rechte zijde  $\propto r$ , dan is  $x \propto \sqrt{\frac{brv + rvv}{q}}$ , hier begint de onbekende quantiteyt  $v$  in 't punt  $N$ , soo men dan begeert, dat d'onbekende quantiteyt in 't center  $O$  begint, en datmen  $OM$  steldt  $\propto y$ , so is  $MN \propto y - \frac{1}{2}q$ , dit in de plaats van  $v$  ghesteldt, en desselfs vierkant in de plaats van  $vv$ , soo is  $MC \propto \sqrt{\frac{r}{q}yy - \frac{1}{4}qr}$ , maer so men het gegeven punt steldt buyten  $O$ , dat geeft dese volgende veranderinghen.

Ten eersten, wanneer 't gegeven punt, komt in den middel-lijn buyten 't Center  $O$ , als hier in  $I$ , en dat men stelt  $OI \propto b$ ,  $IM \propto y$ ,  $MC \propto x$ , de rechte zijde  $\propto r$ , de dwersche  $\propto q$ , en  $OM \propto z$ , soo is  $MC$  of  $x \propto \sqrt{\frac{r}{q}zz - \frac{1}{4}qr}$ , dan ghesteldt in de plaats van  $zz$ , het vierkant op  $y + b$ , zijnde  $yy + 2by + bb$ , komt  $x \propto \sqrt{\frac{r}{q}yy + \frac{2br}{q}y + \frac{bb}{q} - \frac{1}{4}qr}$ , voor  $MC$ , maer soo 't punt  $M$  staet tusschen  $I$  en  $O$ , dan steldtmen  $b - y$ , en soo 't punt  $O$ , staet



R

tusschen



tuffchen M en I, dan setmen  $y = b$  in de plaats van  $z$ , foo dat men in defe twee leste voorvallen heeft  $x$

$$\propto \sqrt{\frac{r}{q}yy - \frac{2br}{q}y + \frac{bb}{q}} - \frac{1}{4}qr.$$

Ten tweeden, wanneer 't gheheven punt komt buyten de Linie OM, als neem ick in A, maer dat AL evenwijdigh is met OM, en dat men stelt  $OI \propto AP \propto b$ ,  $AI \propto d$ , evenwijdigh met LC,  $AL \propto y$ ,  $LC \propto x$ , de rechte zijde  $\propto r$ , en de dwersche  $\propto q$ , Addeert LM tot MC, komt LC of  $x$

$$\propto d + \sqrt{\frac{r}{q}yy + \frac{2br}{q}y + \frac{bb}{q}} - \frac{1}{4}qr,$$

foo is LD  $\propto$

$$\sqrt{\frac{r}{q}yy + \frac{2br}{q}y + \frac{bb}{q}} - \frac{1}{4}qr - d, \text{ en als C komt tuffchen L en M, dan is } x \propto d - \sqrt{\frac{r}{q}yy + \frac{2br}{q}y + \frac{bb}{q}} - \frac{1}{4}qr.$$

Ten derden, wanneer 't gheheven punt is buyten de Linie OM, in een linie onevenwijdigh met de felve, als hier in de linie AB in 't punt A, en dat de reden van AB tot AL gegheven is, fo men stelt dat AB is tot AL, als  $f$  tot  $g$ , en AB tot BL als  $f$  tot  $b$ , en dat AB is  $\propto y$ , fo is  $AL \propto \frac{gy}{f}$ , en  $BL \propto \frac{by}{f}$ , voorts dat BC is  $\propto x$ ,  $OI \propto PA \propto b$ ,  $AI \propto ML \propto d$ , Addeert ML  $\propto d$ , tot BL  $\propto \frac{by}{f}$ , komt BM  $\propto d + \frac{by}{f}$ , en addeert AL tot AP, komt voor LP  $\propto OM$ ,  $b + \frac{gy}{f}$ , foo nu ghefteldt wordt OM  $\propto z$ , fo is MC  $\propto \sqrt{\frac{r}{q}zz - \frac{1}{4}qr}$ , en gheschreven  $b + \frac{gy}{f}$  in de plaats van  $z$ , dat is  $bb + \frac{2bgy}{f}$

+



$+\frac{ggrr}{ff}$  in de plaats van  $zz$ , soo is  $MC \propto$   
 $\sqrt{-\frac{1}{4}qr + \frac{bbrr}{q} + \frac{2bgr}{fq}y + \frac{ggrr}{ffq}yy}$ , hier by ghedaen  $BM$   
 $\propto d + \frac{by}{f}$ , komt  $BC$  of  $x \propto d + \frac{by}{f}$   
 $+\sqrt{-\frac{1}{4}qr + \frac{bbrr}{q} + \frac{2bgr}{fq}y + \frac{ggrr}{ffq}yy}$ , soo is  $BD \propto$   
 $\sqrt{-\frac{1}{4}qr + \frac{bbrr}{q} + \frac{2bgr}{fq}y + \frac{ggrr}{ffq}yy} - d + \frac{by}{f}$ . De ver-  
 anderinghen van de teeckens  $+$  en  $-$ , dieder in alle voorvallen  
 ontmoeten zijn licht uyt te vinden.

Hier moet men bemercken, wanneer men een Vergelijkingh  
 van twee Dimensien uyt een Werck-stuck verkregghen heeft, dat  
 diens wortel altijd een Binomium is, of't en waer dat de twee-  
 de term ontbrack, en het wortel-ghetal van't selve Binomium,  
 moet men altijd stellen ghelijck  $MC$ , en wanneer in't selve  
 wortel-getal, onder anderen een quantiteyt komt met  $yy$  ge-  
 teekent, dat geeft te kennen dat de kromme linie een Hyperbole  
 is. Hier volgen vier Voorbeelden.

Eerste voorbeeldt uyt de Geometrie van *Descartes*, pag: 326.  
 Laet zijn  $BC$ , of  $y \propto m - \frac{n}{z}x + \sqrt{mm + ox + \frac{p}{m}xx}$ ,  
 ofte aldus  $x \propto m - \frac{n}{z}y + \sqrt{mm + oy + \frac{p}{m}yy}$ , om datter  
 in 't wortel-ghetal komt  $yy$ , dat gheeft te kennen dat de  
 kromme linie een Hyperbole is.

Soo men de rechte en dwersche zijde daer van begheert te vin-  
 den, als mede de quantiteyt  $b$ , dat is de lenghte van  $OI \propto AP$ ,  
 soo doet men als volght:

Hier vooren hebben wy ghevonden  $d - \frac{b}{f}y$   
 $+\sqrt{-\frac{1}{4}qr + \frac{bbrr}{q} + \frac{2bgr}{fq}y + \frac{ggrr}{ffq}yy}$ , te weten wanneer  
R 2
B komt

# 132 GEOMETRIA, ofte

B komt tuffchen L en M, defe dan vergeleeken met die van *Descartes*, foo is voor-eerft  $d \propto m$ ,  $b \propto n$ ,  $f \propto z$ , foo is  $g \propto a$ , en defelve letters in plaets van d'onfe gefelt, foo heeftmen noch de volgende drie Vergelijkinghen.

$$mm \propto -\frac{1}{4}qr + \frac{bbr}{q}$$

$$o \propto \frac{2abr}{qz}, \text{ fo is } \frac{2abr}{oz} \propto q, \text{ en } \frac{oqz}{2ab} \propto r.$$

$\frac{p}{m} \propto \frac{aar}{zzq}$ , en  $pzzq \propto aarm$ , dat is als  $q$  tot  $r$ , alfo  $aam$  tot  $pzz$ , doet in de derde verghelijckigh de  $r$  wech, komt  $\frac{p}{m} \propto \frac{ao}{2bz}$ , en  $\frac{mao}{2pz} \propto b$ , voor  $OI \propto AP$ .

Doet in de eerfte verghelijckigh de  $q$  wech, komt  $mm \propto -\frac{abrr}{2oz} + \frac{bbr}{2a}$ , en  $\frac{2mmo}{ab} - \frac{oosz}{aa} \propto -rr$ , doet de  $b$  wech, komt  $\frac{oosz}{aa} - \frac{4mpzz}{aa} \propto rr$ , en  $\frac{z}{a} \sqrt{oo - 4mp} \propto r \propto \frac{oqz}{2ab}$ , dit multiplicceert aen wederzijden met  $\frac{a}{z}$  komt  $\sqrt{oo - 4mp} \propto \frac{oq}{2b}$ , doet de  $b$  wech, komt  $\sqrt{oo - 4mp} \propto \frac{pqz}{ma}$ , en  $\frac{am}{pz} \sqrt{oo - 4mp} \propto q$ , of anders als  $pzz$  tot  $aam$  (zijnde de reden van de rechte tot de dwersche zijde) alfo  $\frac{z}{a} \sqrt{oo - 4mp}$  tot  $\frac{am}{pz} \sqrt{oo - 4mp}$ .

Soo hebben wy ghevonden  $AP \propto OI$ ,  $\propto \frac{mao}{2pz}$ .

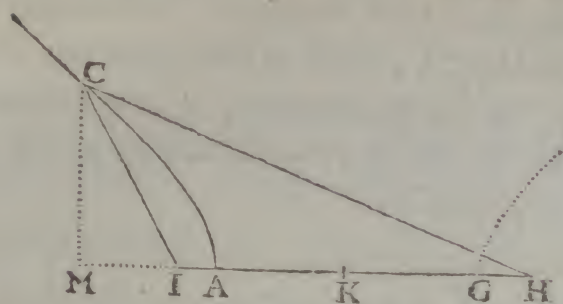
De rechte zijde  $\propto \frac{z}{a} \sqrt{oo - 4mp}$ .

De dwersche  $\propto \frac{am}{pz} \sqrt{oo - 4mp}$ .

Tweede Voorbeeldt. Van desen Drie-hoeck  $HCI$ , is gegeven den Basis  $HI$ , en de differentie van beyde de opstaende zijden, men vraeght naer de plaets van den top  $C$ .

Deeldt





Deeldt  $HI$  in twee ghelijck in  $K$ , en steldt  $HI \propto b$ ,  
 $HC - CI \propto d$ ,  $KM \propto y$ , en  $MC \propto x$ , soo is  $HM \propto$   
 $\frac{1}{2}b + y$ , en  $MI \propto y - \frac{1}{2}b$ , addeert het vierkant op  $HM$  tot  
 het vierkant, op  $MC$ , daer uyt den vierkant - wortel, komt  
 $HC \propto \sqrt{\frac{1}{4}bb + by + yy + xx}$ , dan het vierkant op  $MI$  ge-  
 daen tot 'et vierkant op  $MC$ , daer uyt den vierkant - wortel,  
 komt  $CI \propto \sqrt{\frac{1}{4}bb - by + yy + xx}$ , soo is  $HC - CI \propto d$   
 $\propto \sqrt{\frac{1}{4}bb + by + yy + xx} - \sqrt{\frac{1}{4}bb - by + yy + xx}$ , en  $d$   
 $+ \sqrt{\frac{1}{4}bb - by + yy + xx} \propto \sqrt{\frac{1}{4}bb + by + yy + xx}$ , dit  
 aen weder - zijden in 't vierkant ghemultipliceert, de ghelijcke  
 wegh ghedaen, en door  $2d$  ghedivideert, komt  $\frac{1}{2}d - \frac{b}{a}y \propto$   
 $\sqrt{\frac{1}{4}bb - by + yy + xx}$ , dit wederom aen weder-zijden in 't  
 vierkant ghemultipliceert, en de ghelijcke wech ghedaen,  
 komt  $\frac{1}{4}dd + \frac{bb}{4a}yy \propto xx + \frac{1}{4}bb + yy$ , soo komt cynde-  
 lijk  $x \propto \sqrt{\frac{1}{4}dd - \frac{1}{4}bb + \frac{bb yy - d d yy}{4a}}$ , om dat  $d$  minder is  
 dan  $b$ , dat geeft te kennen datter  $+yy$  komt, daerom is de plaets  
 van 't punt  $C$ , een Hyperbole: Dese dan vergeleken, om datter  
 in 't wortel getal geen  $y$ , en komt met  $x \propto \sqrt{-\frac{1}{4}qr + \frac{r}{q}yy}$ ,  
 soo zijden twee Verghelijkinghen.

R 3

 $-\frac{1}{4}qr$





den rechthoeck op de binnenste, daerom is  $kx + xy \propto yy$ , en  $yy - xy - kx \propto 0$ , soo is  $y \propto \frac{1}{2}x + \sqrt{\frac{1}{4}xx + kx}$ , voor BC, om dat hier komt  $+\frac{1}{4}xx$ , dat gheeft te kennen, dat de kromme Linie een Hyperbole is, en om dat het wortel-ghetal altijd de ordentlijke is, daerom is  $CL \propto \sqrt{\frac{1}{4}xx + kx}$ , en  $BL \propto \frac{1}{2}x$ , AB is ghegheven  $\propto x$ : Dese dan vergheleeken (om de rechte zijde en dwersche te vinden) met  $y \propto d + \frac{bx}{f} + \sqrt{-\frac{1}{4}qr + \frac{bbr}{q} + \frac{2bgr}{fq}x + \frac{ggr}{ffq}xx}$ , soo is  $d \propto 0$ ,  $b \propto 1$ , en  $f \propto 2$ . Hier moet men bemercken dat AB en BC  $\propto y$ , recht-hoeckigh op malkander komen volghens het ghegheven, soo is dan AB tot BL als 2 tot 1, en AB tot AL als 2 tot  $\sqrt{5}$ , soo is  $g \propto \sqrt{5}$ . Nu zijnder noch drie Vergelijkinghen.

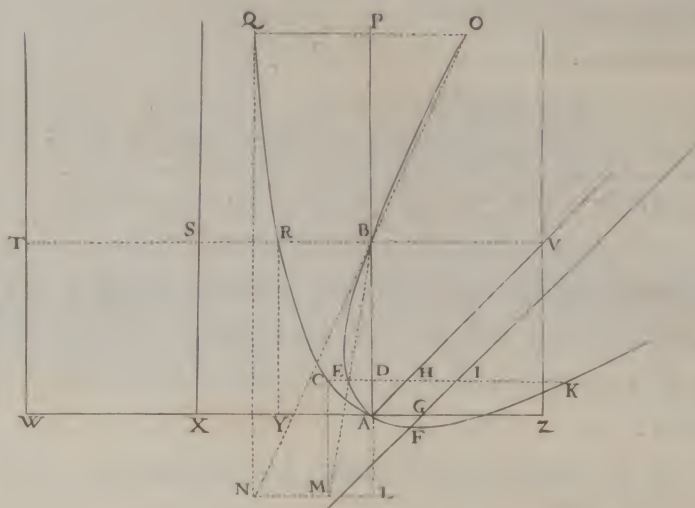
$$\frac{ggr}{ffq} \propto \frac{1}{4}, \text{ doet de } g \text{ en } f \text{ wech, komt } q \propto 5r.$$

$$\frac{2bgr}{fq} \propto k, \text{ doet de } g, f, \text{ en } q \text{ wech, komt } b \propto \sqrt{5kk}.$$

$-\frac{1}{4}qr + \frac{bbr}{q} \propto 0$ , doet de  $bb$ , en  $q$  wech komt  $r \propto \sqrt{\frac{1}{5}kk}$ , soo is  $q \propto \sqrt{20kk}$ , en  $b$  is dan  $\propto \frac{1}{2}q$ , 't welck betoont dat 'et punt A in den top van desen Hyperbole komt, wiens ordentlijke zijn CL, LD.

Vierde Voorbeeldt. De vier evenwijdighe Linien TW, SX, BA, en VZ, worden rechthoeckigh doorsneden van de linie WZ, een punt te vinden als R, soodanigh dat het parallelepipedum van de drie rechthoeckighe Linien RT, RS, en RY, is ghelijck het parallelepipedum van de twee andere RB, RV, en noch een derde AZ.

Steldt



Steldt  $BR \propto y$ ,  $RY \propto x$ ,  $AZ$ ,  $AX$ , en  $WX \propto a$ , so is  $RS \propto a - y$ ,  $RT \propto 2a - y$ , en  $RV \propto y + a$ , Het parallelepipedum van  $RT$ ,  $RS$ , en  $RY$  is dan  $\propto 2aax - 3axy + yyx$ , het selve is gelijk het parallelepipedum van  $BR$ ,  $RV$ , en  $AZ$ , zijnde  $ayy + aay$ , dese Vergelijkingh van malkander getrocken komt  $ayy - xyy \mp \frac{aay}{3ax} - 2aax \propto 0$ . Hier moet men bemercken dat dese  $ACR$ , een kromme linie is van drie Dimensien, om datter in de Verghelijkingh komt  $yyx$ , want de quantiteyten  $x$  en  $y$  zijn beyde onbekent, divideert de vergelijkingh door  $a - x$ , komt  $yy + \frac{aa + 3ax}{a - x} y - \frac{2aax}{a - x} \propto 0$ , en  $y$  is dan  $\propto \sqrt{\frac{\frac{1}{2}a^4 + 3\frac{1}{2}a^3x + \frac{1}{2}a^2xx}{aa - 2ax + xx} - \frac{\frac{1}{2}aa + \frac{1}{2}3ax}{a - x}}$ , in de



# Meet-konst. *Vierde Deel.* 137

in de Noemer van dese breuck komt mede het teecken  $x$ , dat moet eerst wech ghedaen worden. Divideert alles door  $\frac{\frac{3}{2}a}{a-x}$ , en steldt  $z$  in de plaats van  $\frac{ay-xy}{\frac{3}{2}a}$ , dan sal de weerde van  $z$ , in een Keghel-sneede vallen, soo dat d'ordentlijke zijnde  $y$ , wesen sal tot de ordentlijke van de Keghel-sneede  $\propto z$ , als  $\frac{3}{2}a$  tot  $a-x$ , soo komt  $\frac{ay-xy}{\frac{3}{2}a} \propto z \propto \sqrt{\frac{1}{9}aa + \frac{14}{9}ax + \frac{1}{9}xx - \frac{1}{3}a + x}$ , om datter komt  $+\frac{1}{9}xx$ , dat gheeft te kennen dat de Keghel-sneede een Hyperbole is, en om dat het wortelghetal altydts de ordentlijke is, daerom is  $EI \propto IK \propto \sqrt{\frac{1}{9}aa + \frac{14}{9}ax + \frac{1}{9}xx}$ , en  $DI \propto \frac{1}{3}a + x$ . Wy hebben in't divideren  $\frac{3}{2}a$  ghenomen, om dat wy begeeren, dat  $AD$  en  $DH$ , ofte  $AB$  en  $BV$ , malkander gelijk sullen zijn. Dese dan verghelecken met  $z \propto \sqrt{-\frac{1}{4}qr + \frac{bbr}{q} + \frac{2bgr}{fq}x + \frac{ggr}{ffq}xx - d + \frac{h}{f}x}$ , soo is  $h \propto 1$ ,  $f \propto 1$ ,  $g \propto \sqrt{2}$ ,  $d \propto \frac{1}{3}a$ : Daer-en-boven zijnder noch dese volghende drie Verghelijkinghen.

$$\frac{ggr}{ffq} \propto \frac{1}{9}, \text{ doet de } g \text{ en } f \text{ wech, komt } q \propto 18r.$$

$$\frac{2bgr}{fq} \propto \frac{14}{9}a, \text{ doet de } g, f, \text{ en } q, \text{ wech komt } b \propto \frac{14a}{\sqrt{2}} \text{ of } \sqrt{98aa}, \text{ of } 7a\sqrt{2}.$$

$$-\frac{1}{4}br + \frac{bbr}{q} \propto \frac{1}{9}aa, \text{ doet de } b \text{ en } q \text{ wech, komt } r \propto \frac{4}{9}a\sqrt{6}, \text{ soo is } q \propto 8a\sqrt{6}.$$

In de Fuguer is dan  $AD$  tot  $DH$  als  $1$  tot  $1$ , en tot  $AH$ , als  $1$  tot  $\sqrt{2}$ , voorts  $AG$  is  $\propto \frac{1}{3}a$ , van't middel-punt tot  $G$  is  $\propto \sqrt{98aa}$ , en van't middel-punt tot  $F$ , dat is de halve dwersche is  $\propto \sqrt{96aa}$ , treckt  $IF$  parallel met  $HA$ , de selve sal den middel-lijn van den Hyperbole zijn, en  $F$  sijn top. Beschrijft

S

schrijft

# 138 GEOMETRIA, ofte

schrijft nu een scheeve Hyperbole, waer van de dwersche doet  $8a\sqrt{6}$ , en de rechte zijde  $\frac{4}{3}a\sqrt{6}$ , zijnde alhier  $KFAEBO$ , diens ordentlijke zijn  $EI$ ,  $IK$ . Merckt de punten  $A$  en  $B$  vallen beyde in den Hyperbole, soodanigh dat  $AB$  is  $\infty a$ , want soo men steldt  $DE \infty z \infty \sqrt{\frac{1}{3}aa + \frac{14}{3}ax + \frac{1}{3}xx - \frac{1}{3}a + x} \infty 0$ , soo komt  $a \infty x$ . Maeckt  $AL \infty \frac{1}{2}a$ , en treckt  $LN$  parallel met  $AG$ . Om nu het punt  $C$  in de kromme linie te vinden, treckt  $DC$  evenwijdigh met  $LN$ , en dan deur 't punt  $E$  de Linie  $BM$ , ten lesten  $DC$  ghelijck  $LM$ , soo heeft men het punt  $C$ , en alsoo met alle de punten van Hyperbole voortgaende, verkrijghtmen de begeerde kromme linie  $ACRQ$ .

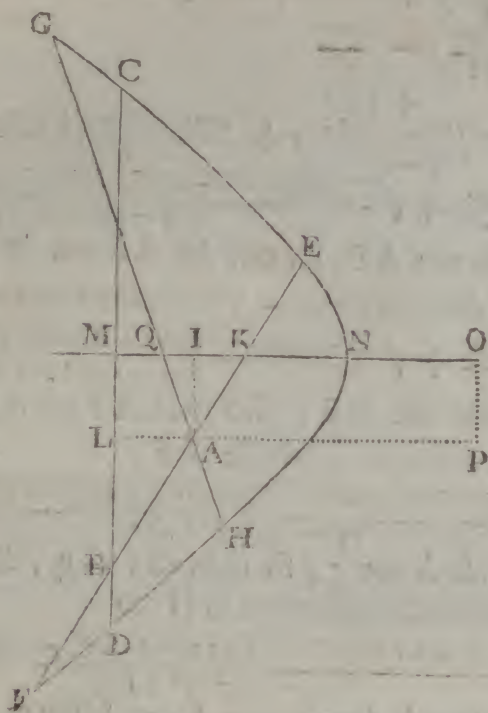
Deze kromme Linie kan seer licht door punten ghevonden worden, om dat in de vergelijkingh  $x$  maer een Dimensie heeft, want wy behoeven maer in yder punt, eenige bekende quantiteyt voor  $y$ , dat is voor  $AY$  te stellen. Als by voorbeeldt, laet zijn  $a \infty 10$ , en dat men steldt  $y \infty 2$ , en dese ghetallen in de plaets van de letters in de vergelijkingh ghebracht, soo heeft men  $144x \infty 240$ , dat is  $x \infty \frac{5}{3}$ . En  $y$  ghesteldt  $\infty 3$ , so heeft men  $119x \infty 390$ , dat is  $x \infty \frac{390}{119}$ , dese wijze vervolgende kan men oneyndelijke punten vinden.

Dit Werck-stuck is aen-gheroert in de Geometrie van *Descartes* pag: 339. en tot oeffeninghe stelle hier noch tusschen in, dit volghende Werck-stuck.

*Van desen Hyperbole  $CND$ , is de dwersche  $\infty q$ , de rechte zijde  $\infty r$ ,  $OI \infty AP \infty b$ ,  $AI \infty OP \infty d$ ,  $AB$  tot  $AL$  als  $f$  tot  $g$ , en  $AB$  tot  $BL$  als  $f$  tot  $h$ , soo is  $BL$  tot  $AL$ , als  $h$  tot  $g$ , de lenghte van  $AF$  en  $AE$  te vinden.*

Soo





Soo men heeft ghesteldt  $AB \propto y$ , en  $BD \propto x$ , so is hier voor ghevonden  $x \propto \sqrt{-\frac{1}{4}qr + \frac{bb}{q} + \frac{2bgr}{f^2}y + \frac{gg}{ff^2}yy} + d + \frac{by}{f}$ , wanneer nu  $BD \propto x$ , is  $\propto 0$ , soo komt  $AF \propto y$ , in den omtreck van den Hyperbole. Om dan  $AF$  te vinden, steldt de ghevonden weerde van  $x \propto 0$ , soo heeft men  $\sqrt{-\frac{1}{4}qr + \frac{bb}{q} + \frac{2bgr}{f^2}y + \frac{gg}{ff^2}yy} \propto d + \frac{by}{f}$ , dit aen weder-zijden in 't vierkant ghemultipliceert, en de verghelijckigh van malkander ghetrocken, rest

S 2

+

# 140 GEOMETRIA, ofte

$$+\frac{hh}{ff}yy+\frac{2dh}{f}y+dd\infty 0, \text{ alles gedivideert door } \frac{bb}{ff}-\frac{gg}{ff^2}$$

$$-\frac{gg}{ff^2}yy-\frac{2bgr}{fg}y-\frac{bbr}{g}$$

$$\text{komt } yy+\frac{+\frac{1}{4}qr}{\frac{2dfhg-2bfg}{hhq-ggr}}y+\frac{ddffa-bbffa+\frac{1}{2}ffqqr}{hhq-ggr}\infty 0, \text{ soo is}$$

$$y\infty \frac{-dfhg+bfg}{hhq-ggr}+\sqrt{\frac{-2bdfghqr+bbffhqr-\frac{1}{2}ffhqr+ddffgqr+\frac{1}{2}ffggqqr}{b^2qq-2gg hhq+g^2rr}}$$

voor de weerde van AF, en om dat AE aen de contrarie zijde van AB staet, daerom steldt  $-y$  in de plaats van  $+y$ , soo komt

$$y\infty \frac{+dfhg-bfg}{hhq-ggr}+\sqrt{\frac{-2bdfghqr+bbffhqr-\frac{1}{2}ffhqr+ddffgqr+\frac{1}{2}ffggqqr}{b^2qq-2gg hhq+g^2rr}}$$

voor de weerde van AE, soo men AF en AE t' saemen addeert, komt voor de gheheele EF,

$$2\sqrt{\frac{-2bdfghqr+bbffhqr-\frac{1}{2}ffhqr+ddffgqr+\frac{1}{2}ffggqqr}{b^2qq-2gg hhq+g^2rr}}, \text{ dan is}$$

AI tot IK als  $h$  tot  $g$ , so men dan  $-g$ , steldt in de plaats van  $+g$ , soo verkrijght men GH  $\infty$

$$2\sqrt{\frac{+2bdfghqr+bbffhqr-\frac{1}{2}ffhqr+ddffgqr+\frac{1}{2}ffggqqr}{b^2qq-2gg hhq+g^2rr}}$$

Soo men begheerde deur't punt A een Linie te trecken als EF ghelijck een ghegheven Linie moghelijck zijnde, als neem ick ghelijck  $k$ , soo is de ghevonden

$$2\sqrt{\frac{-2bdfghqr+bbffhqr-\frac{1}{2}ffhqr+ddffgqr+\frac{1}{2}ffggqqr}{b^2qq-2gg hhq+g^2rr}}\infty k,$$

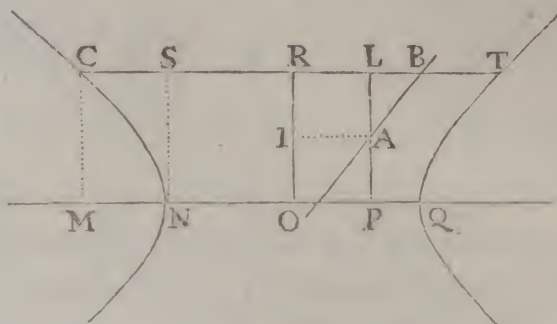
Wanneer men dan stelt  $g$  voor de uniteyt, so is  $ff\infty hh+1$ , en over-al de  $f$  en  $g$  wech ghedaen, soo salder gheen onbekende quantiteyt resteren als  $h$ , maer de verghelijckingsal vier Dimensien hebben.

*Wanneer men steldt dat de ordentlijcke linien parallel met de dwersche komen, soo heeft men dese volgende veranderinghen.*

Soo







dat men in dese twee laetste voorvallen heeft  $y \propto$

$$\sqrt{\frac{1}{4}qq + \frac{bbq}{r}} - \frac{2bq}{r}x + \frac{q}{r}xx.$$

Ten tweeden, soo het ghegheven punt, komt buyten de Linie  $OR$ , als neem ick in  $A$ , en dat  $AL$  evenwijdigh is met  $OR$ , voorts dat men stelt  $OI \propto AP \propto b$ ,  $AI \propto d$ , parallel met  $NQ$ ,  $AL \propto x$ ,  $LC \propto y$ , de rechte zijde  $\propto r$ , en de dwersche  $\propto q$ , soo addeert men  $LR$  tot  $RC$ , komt  $LC$  of  $y \propto d + \sqrt{\frac{1}{4}qq + \frac{bbq}{r} + \frac{2bq}{r}x + \frac{q}{r}xx}$ , soo is  $LT \propto \sqrt{\frac{1}{4}qq + \frac{bbq}{r} + \frac{2bq}{r}x + \frac{q}{r}xx} - d$ , maer als  $C$  komt tuschen  $L$  en  $R$ , dan is  $y \propto d - \sqrt{\frac{1}{4}qq + \frac{bbq}{r} + \frac{2bq}{r}x + \frac{q}{r}xx}$ .

Ten derden, wanneer 't bepaalde punt is buyten de Linie O R, in een linie onevenwijdigh met defelve, als hier in de Linie A P in 't punt A, en dat de reden van A B tot A L gegeven is. Soomen dan feldt, dat A B is tot A L als  $f$  tot  $g$ , en A B tot B L als  $f$  tot  $h$ , en dat A B doet  $x$ , fo is  $A L \propto \frac{g x}{f}$ , en  $B L \propto \frac{h x}{f}$ , voorts dat B C is  $\propto y$ , O I  $\propto$  P A  $\propto b$ , I A  $\propto$  R L  $\propto d$ . Addeert R L  $\propto d$ , tot B L  $\propto \frac{h x}{f}$ , komt B R  $\propto d + \frac{h x}{f}$ , en addeert A L tot A P, komt L P  $\propto$  O R  $\propto b + \frac{f x}{f}$ . Soomen



men nu stelt dat  $OR$  doet  $z$ , soo is  $RC \propto \sqrt{\frac{1}{4}qq + \frac{q}{r}zz}$ ,  
 stelt dan in de plaats van  $zz$  het vierkant van  $b + \frac{sx}{f}$ , zijnde  
 $bb + \frac{2bsx}{f} + \frac{ssxx}{ff}$ , komt  $RC \propto$   
 $\sqrt{\frac{1}{4}qq + \frac{bbq}{r} + \frac{2bsq}{rf}x + \frac{ssq}{ffr}xx}$ , hier by addeert  $RB$ , komt  
 $BC \propto y \propto d + \frac{h}{f}x + \sqrt{\frac{1}{4}qq + \frac{bbq}{r} + \frac{2bsq}{fr}x + \frac{ssq}{ffr}xx}$ ,  
 soo is  $BT \propto \sqrt{\frac{1}{4}qq + \frac{bbq}{r} + \frac{2bsq}{fr}x + \frac{ssq}{ffr}xx} - d + \frac{h}{f}x$ .  
 De veranderinghen der teekens  $+$  en  $-$ , die der in alle voorval-  
 len ontmoeten zijn licht uyt te vinden.

Wanneer men dan, een Werck-stuck tot een Vierkant-ver-  
 ghelijkinghe ghebracht heeft, wiens wortel altijd een Bino-  
 mium is, of 't en zy dat de tweede term ontbreekt, soo is al-  
 tijdt van 't selve Binomium  $RC$  de ordentlijke het wortel-ge-  
 tal, en sooder in 't selve wortel-ghetal, onder anderen komt  
 $+xx$ , dat gheeft te kennen dat de kromme Linie een Hyper-  
 bole is.

Hier volghen twee Voorbeelden.

*Eerste Voorbeelt.* Uyt de France Geometrie van *Descartes* pag:  
 326. laet wesen  $BC$  of  $y \propto m + \frac{n}{z}x + \sqrt{mm + ox + \frac{p}{m}xx}$ ,  
 om dat hier in 't wortel-ghetal komt  $+xx$ , dat gheeft te ken-  
 nen dat de Keghel-sneede een Hyperbole is, dese dan vergeleec-  
 ken met  $y \propto d + \frac{h}{f}x + \sqrt{\frac{1}{4}qq + \frac{bbq}{r} + \frac{2bsq}{fr}x + \frac{ssq}{ffr}xx}$ ,  
 soo hebben wy  $d \propto m$ ,  $f \propto z$ ,  $h \propto n$ , soo is  $g \propto a$ , de letters  
 van *Descartes* in de plaats van d'onse ghesteldt, soo zijnder noch  
 dese volghende drie vergelijkinghen.

$$mm \propto \frac{1}{4}qq + \frac{bbq}{r}.$$

$$o \propto \frac{2abq}{rz}, \text{ soo is } \frac{orz}{2ab} \propto q, \text{ en } \frac{2abq}{oz} \propto r.$$

$$\frac{p}{m} \propto \frac{aaq}{rzz}, \text{ soo is } przz \propto maaq, \text{ dat is als } q \text{ tot } r, \text{ al-}$$

soo

# 144 GEOMETRIA, ofte

foo  $p z z$  tot  $a a m$ , zijnde de reden vande dwersche tot de rechte zijde, doet in de derde Verghelijckingsh de  $q$  wech komt  $a o m \propto 2 b p z$ , foo is  $\frac{a o m}{2 p z} \propto b$ , voor  $O I \propto P A$ .

Doet in de eerste Verghelijckingsh de  $r$  wech, komt  $m m \propto \frac{1}{4} q q + \frac{b o z}{2 a}$ , en  $4 m m - \frac{2 b o z}{a} \propto q q$ , doet de  $b$  wech, komt  $4 m m - \frac{o o m}{p} \propto q q$  en  $\sqrt{4 m m - \frac{o o m}{p}} \propto q \propto \frac{o r z}{2 a b}$ , doet de  $b$  wech, komt  $\sqrt{4 m m - \frac{o o m}{p}} \propto \frac{p r z z}{a a m}$ , so is  $\frac{a a m}{p r z z} \sqrt{4 m m - \frac{o o m}{p}} \propto r$ . Anders als  $p z z$  tot  $a a m$  (zijnde de reden van de dwersche tot de rechte zijde) also  $\sqrt{4 m m - \frac{o o m}{p}}$ , tot  $\frac{a a m}{p r z z} \sqrt{4 m m - \frac{o o m}{p}}$ .

*Tweede Voorbeeldt.* Van drie proportionalen gegeven zijnde de differentie der uyttersten, deselve te vinden.

Steldt de differentie der uyttersten  $\propto a$ , het eerste  $\propto y$ , het tweede  $\propto x$ , so is 't derde  $\propto y + a$ , den rechthoek op de uyttersten is ghelijck het vierkant op de middelste, so is  $y y + a y \propto x x$  en  $y y + a y - x x \propto 0$ . So heeftmen  $y \propto -\frac{1}{2} a + \sqrt{\frac{1}{4} a a + x x}$ , om dat hier in 't wortel-ghetal komt  $+ x x$ , dat gheeft te kennen dat de plaets een Hyperbole is. Daerom dese vergelijckinge vergeleucken met  $y \propto -\frac{1}{2} q + \sqrt{\frac{1}{4} q q + \frac{q}{r} x x}$ , komt

$-\frac{1}{2} a \propto -\frac{1}{2} q$ , foo is  $a \propto q$ .

$\frac{1}{4} a a \propto \frac{1}{4} q q$ , komt wederom  $a \propto q$ .

$1 \propto \frac{q}{r}$ , foo is  $q \propto r$ , dat gheeft te kennen, dat 'et een Hyperbole is, van welck de rechte en dwersche zijde malkander ghelijck zijn.



Beschrijft daerom een Hyperbole van welck de dwersche en rechte zijde is  $\propto a$  als  $C N$ , steldt dan eenighe ordentlijcke als  $C M$ , foo hebbē wy voor de proportionalen

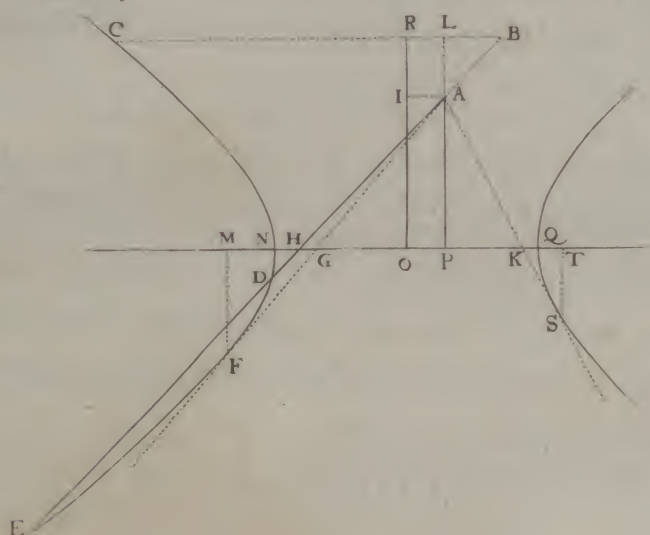


# Meet-konst. *Vierde Deel.* 145

tionalen MN het eerste, MC het tweede, en MQ het derde.

Volght noch tot oeffeninghe een Werck-stuck.

*Van desen Hyperbole CNF, is de dwerfche  $\propto q$ , de rechte zijde  $\propto r$ ,  $OP \propto d$ ,  $AP \propto b$ , voorts HA is tot AP als f tot g, en HA tot HP als f tot h, soo is AP tot HP als g tot h, de lenghte der deursnydinghe AD of AE te vinden.*



Wanneer men ghesteldt heeft  $AB \propto x$ , en  $BC \propto y$ , soo hebben wy hier vooren ghevonden  $y \propto d + \frac{b}{f} x$

$+ \sqrt{\frac{1}{4}qq + \frac{bbq}{r} + \frac{2bgq}{fr} x + \frac{ggq}{ffr} xx}$ , men moet hier bemerken dat de weerde van  $y$  in 't punt D of E is  $\propto$  nul, en om dat A is tusschen B en D, daerom moet men inde plaets van  $+x$ , schrijven  $-x$ , so heeft men  $d - \frac{b}{f}x + \sqrt{\frac{1}{4}qq + \frac{bbq}{r} - \frac{2bgq}{fr} x + \frac{ggq}{ffr} xx}$

T

$\propto 0$ ,

## 146 GEOMETRIA, ofte

$\infty 0$ , of  $d - \frac{h}{f} x \infty - \sqrt{\frac{1}{4} qq + \frac{bbq}{r} - \frac{2bgq}{fr} x + \frac{ggq}{ffr} x x}$ ,  
dit aen weder-zijden in 't vierkant ghemultipliceert, en de Ver-  
ghelijckingh van malkander ghetrocken

rest  $\frac{ggq}{ffr} x x - \frac{2bgq}{fr} x + \frac{1}{4} qq \infty 0$ , divideert alles door  
 $-\frac{hh}{ff} x x + \frac{2dh}{f} x + \frac{bbq}{r} - dd$

$\frac{ggq}{ffr} - \frac{hh}{ff}$ , komt  $xx + \frac{-2bgqf + 2dhf}{ggq - hhr} x + \frac{\frac{1}{4} qqrff + bbqff - ddrff}{ggq - hhr} \infty 0$ ,

so is  $x \infty \frac{+bgqf - dhf}{ggq - hhr} + \sqrt{\frac{+ddggqrrff - 2bdghqrrff - \frac{1}{4} ggq^3 rff + \frac{1}{4} hhqqrff + bbhhqrrff}{g^4 qq - 2gg hhr + h^4 rr}}$

en  $x \infty \frac{+bgqf - dhf}{ggq - hhr} - \sqrt{\frac{+ddggqrrff - 2bdghqrrff - \frac{1}{4} ggq^3 rff + \frac{1}{4} hhqqrff + bbhhqrrff}{g^4 qq - 2gg hhr + h^4 rr}}$

voor AE en AD, soo is de differentie DE, ghelijck

$\sqrt{\frac{4ddggqrrff - 8bdghqrrff - ggq^3 rff + hhqqrff + 4bbhhqrrff}{g^4 qq - 2gg hhr + h^4 rr}}$ ,

Men moet hier bemercken, dat in de raeckende Linie, DE  
 $\infty 0$  is, soo heeft men om 't raeck-punt F te vinden

$4ddggqrrff - 8bdghqrrff - ggq^3 rff + hhqqrff + 4bbhhqrrff \infty 0$ ,  
divideert alles door  $qrrff$ , komt  $4ddgg - 8bdgh - ggq + hhqr$   
 $+ 4bbhh \infty 0$ , noch alles gedeideert door  $qr + 4bb$ , komt

$hh - \frac{8bdg}{qr + 4bb} h + \frac{4ddgg - ggq}{qr + 4bb} \infty 0$ , soo heeft men

$h \infty \frac{4bdg}{qr + 4bb} + \sqrt{\frac{ggq^3 r - 4ddggqr + 4bbggqq}{qqrr + 8bbqr + 16b^4}}$

of  $h \infty \frac{4bdg}{qr + 4bb} - \sqrt{\frac{ggq^3 r - 4ddggqr + 4bbggqq}{qqrr + 8bbqr + 16b^4}}$ , wanneer-

men dan uyt A, de raeckende AF wil trecken, dan is AP tot  
GP, als  $g$  tot de gevonden weerde van  $h$ , of als 1 tot  $\frac{4bd}{qr + 4bb}$

$+ \sqrt{\frac{q^3 r - 4ddqr + 4bbqq}{qqrr + 8bbqr + 16b^4}}$ , of als  $qr + 4bb$ , tot  $4bd$

$+ \sqrt{q^3 r - 4ddqr + 4bbqq}$ , te weten soo 't moghelijk  
is,



is, want G moet altijdt komen tusschen N en O.

Ende AP is tot PK, als 1 tot  $\frac{4bd}{qr+4bb} - \sqrt{\frac{q^3r-4ddqr+4bbqq}{qqrr+8bbqr+16b^4}}$ ,  
 Soo men nu stelt A P of  $b \propto 0$ , dan is S T tot K T,  
 als 1 tot  $\sqrt{\frac{qq-4dd}{qr}}$ , K S is dan  $\propto \frac{dhrf}{ggq-bhr}$ , of  $\propto$   
 $\sqrt{\frac{q^4-8ddqq+q^3r+16d^2-4ddqr}{16dd}}$ , want  $g$  is  $\propto 1$ ,  $h \propto \sqrt{\frac{qq-4dd}{qr}}$ ,  
 en  $f \propto \sqrt{hb+1}$ .

En wanneer men OP of  $d$  stelt  $\propto 0$ , so is KS  $\propto \sqrt{\frac{q^4+q^3r}{0}}$ ,  
 zijnde een oneyndelijke Linie.

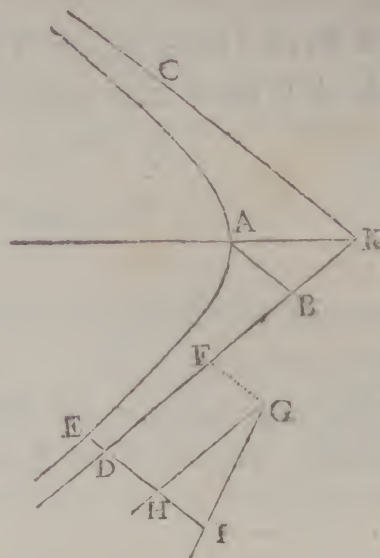
Ten laetsten, soo men begheert dat DE is ghelijck een  
 ghegheven quantiteyt, als neem ick  $k$ , soo is

$$\sqrt{\frac{4ddggqrrff-8bdghqrrff-ggq^3rff+hhqqrff+4bbhhqrrff}{g^4qq-2ggbbqr+hr}} \propto k,$$

$$\text{of } \frac{4ddqr-8bdhqr-q^3r+hhqqr+4bbbhqr}{qq-2bbqr+h^2rr} \propto \frac{kk}{kh+1}, \text{ te}$$

weten, als men  $g$  stelt  $\propto 1$ , dan is  $ff \propto hb+1$ , en men  
 verkrijght een Verghelijkingh van vier Dimensien, in welck  
 geen onbekende quantiteyten zijn, als  $h$ .

Hiet mede meynen wy ghenoegh gheschreven te hebben  
 van de plaetsen dat Keeghel-sneeden zijn, en in welck de or-  
 dentlijke op den middel-lijn, of evenwijdigh met de selve  
 komen, sal hier noch by voeghen de Verghelijkinghen die-  
 der ontsaen, wanneer men in den Hyperbole, de ordentlijke  
 Linien op de altijdt-naerderende stelt, ghelijck hier nae  
 volgt.



Soo men gheeft dat de ordentlijke Linien, die op een van de altijd-naerderende komen, parallel zijn met de andere altijd-naerderende Linie, en dat  $DK \propto x$ ,  $DE \propto y$ , en  $AB \propto BK \propto m$ , soo is  $xy \propto mm$ , en  $y \propto \frac{mm}{x}$  voor  $DE$ , hier begint de onbekende quantiteyt  $x$  in 't Center  $K$ , maer soo de selfe van een ander ghegheven punt begint, dan heeft men dese volgende veranderinghen.

Ten eersten, als 't ghegheven punt komt in de noyt-t'samenkomende buyten 't punt  $K$ , als neem ick in 't punt  $F$ , en datmen steldt  $KF \propto b$ ,  $FD \propto x$ , en  $DE \propto y$ , voorts  $AB \propto BK \propto m$ , en  $DK \propto z$ , so is  $zy \propto mm$ , soo men dan  $b + x$ , in de plaets van  $z$  steldt, soo heeft men  $by + xy \propto mm$ , en  $DE \propto y \propto \frac{mm}{b+x}$ , soo  $D$  komt tusschen  $F$  en  $K$  steldt men  $b - x$ , en soo  $K$  komt tusschen  $D$  en  $F$ , steldt men  $x - b$ .

Ten tweeden, wanneer 't ghegheven punt komt buyten de noyt-



noyt-t'samen-komende, als hier in G, maer dat GH evenwijdigh is met DK, en dat men steldt  $KF \propto b$ ,  $FG \propto d$ , parallel mt CK of HE, voorts  $GH \propto x$ , en  $HE \propto y$ , soo is  $y \propto d + \frac{mm}{b+x}$ , of  $xy \propto mm + bd - by + dx$ , soo H is tusschen D en E, dan steldt men  $y \propto \frac{mm}{b+x} - d$ , en wanneer E is tusschen D en H, dan steldtmen  $y \propto d - \frac{mm}{b+x}$ .

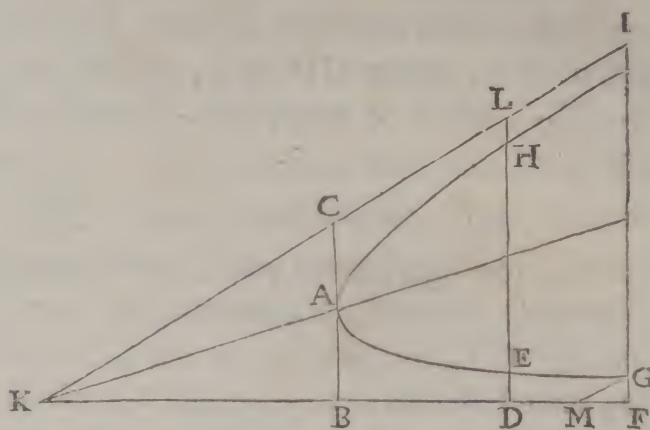
Ten derden, soo 't ghegheven punt, komt buyten de noyt-t'samen-komende, in een Linie onevenwijdigh met DK, als hier in de Linie GI, in 't punt G, en dat GI tot GH ghegheven is, die ick stel als  $f$  tot  $g$ , en GI tot IH als  $f$  tot  $b$ , soo dan doet  $KF \propto b$ ,  $FG \propto DH \propto d$ ,  $GI \propto x$ ,  $IE \propto y$  parallel met CK, soo is  $f$  tot  $g$ , als  $GI \propto x$ , tot  $HG \propto DF \propto \frac{gx}{f}$ , en als  $f$  tot  $b$ , alsoo  $x$  tot  $\frac{bx}{f}$  voor HI, hier by addeert  $DH \propto d$ , soo komt  $ID \propto d + \frac{bx}{f}$ . Addeert mede  $KF \propto b$ , tot  $DF \propto \frac{gx}{f}$ , komt  $b + \frac{gx}{f}$  voor DK. So men nu steldt dat DK doet  $z$ , so is  $DE \propto \frac{mm}{z}$ , schrijft  $b + \frac{gx}{f}$  in de plaets van  $z$ , soo komt  $DE \propto \frac{mm}{b + \frac{gx}{f}}$ , hier by addeert DI, komt EI, of  $y \propto d + \frac{bx}{f} + \frac{mm}{b + \frac{gx}{f}}$ , dat is  $fgxy$

$\propto mmff - bff y + bfhx + ghxx$ , de veranderinghen der  
 $+ b d f f$   $+ dgfx$   
 teeckens + en -, inde andere voorvallen, zijn licht uyt te vinden.

Wanneer men steldt dat de ordentlijke Linien niet parallel en zijn met de noyt-t'samen-komende, soo heeft men dese volghende veranderinghen.

T 3

Treckt



Trecks de raackende BC, en steldt de selve  $\propto e$ , en BK tot BC als  $f$  tot  $g$ , soo is BK  $\propto \frac{fe}{g}$ , DK  $\propto x$ , en DE  $\propto y$ , evenwijdigh met BC, nu als BK tot BC, dat is als  $f$  tot  $g$ , alfoo DK  $\propto x$  tot DL  $\propto \frac{gx}{f}$ , hier van treckt DE  $\propto y$ , rest EL  $\propto \frac{gx}{f} - y$ , Multipliceert DE met EL, komt  $\frac{gxy}{f} - yy \propto \frac{1}{4}ee$ , want de recht-hoecken BA, AC, en DE, EL, zijn malkander gelijk, so is  $yy \propto -\frac{1}{4}ee + \frac{gxy}{f}$ .

Hier begint de onbekende waarde  $x$  in 't punt K, zijnde het middel-punt, maer soo men stelt dat  $x$  begint in 't ghegheven punt F, en dat men stelt  $FK \propto d$ ,  $FD \propto x$ ,  $DE \propto y$ , en  $DK \propto z$ , so is  $yy \propto -\frac{1}{4}ee + \frac{gzy}{f}$ , stelt  $d - x$  in de plaats van  $z$ , soo heeft men  $yy \propto -\frac{1}{4}ee + \frac{dgy}{f} - \frac{gxy}{f}$ . En alsoo met alle andere voorvallen.

Men moet hier bemercken , datter in de Verghelijkinghen van alle dese voorvallen komt  $xy$ , waer uyt men weet , dat de-  
felve



# Meet-konst. *Vierde Deel.* 151

felve door de noyt-t'samen-komende bekend ghemaectt konnen worden.

Als by voorbeeldt, in de France Geometrie van *Descartes* pag: 322. heeftmen  $yy \propto -ac + ay + cy - \frac{c}{b}xy$ , dese vergeleeecken met  $yy \propto -\frac{1}{4}ee + \frac{dgy}{f} - \frac{gxy}{f}$ , so hebben wy hier dese drie Vergelijkinghen.

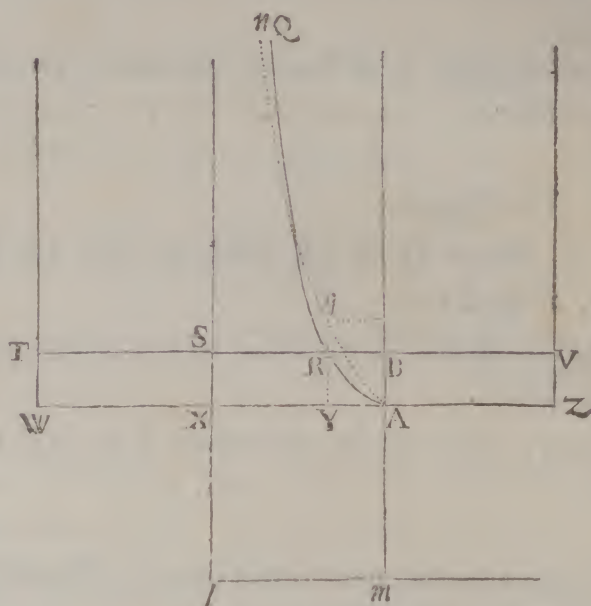
$\frac{c}{b} \propto \frac{g}{f}$  soo is  $bg \propto cf$ , dat is als BK, tot BC, of als  $f$  tot  $g$ , alsoo  $b$  tot  $c$ .

$a+c \propto \frac{dg}{f}$ , so is BK tot BC, of  $f$  tot  $g$ , als KF  $\propto d$  tot FI  $\propto a+c$ .

$ac \propto \frac{1}{4}ee$ , of  $ac \propto$  den rechthoeck BA, AC of  $\propto$  den rechthoeck FG, GI, so is GI  $\propto a$ , en FG  $\propto c$ , en FM is dan  $\propto b$ , GM parallel zijnde met IK. De kromme linie van 't voorbeeldt pag: 135. kan mede door de noyt-t'samen-komende ghevonden worden, als volgt:

Stelt  $RY \propto z$ ,  $SR \propto y$ ,  $TS \propto SB \propto BV \propto AZ \propto a$ , soo is het parallelepipedum van de drie RY, SR en TR, zijnde  $azy + zyy$  gelijk het parallelepipedum, van de drie RB, RV, en AZ, zijnde  $2a^3 - 3aay + ayy$ , so is  $z \propto \frac{2a^3 - 3aay + ayy}{ay + yy}$ , divideert alles door  $\frac{2a-y}{a+y}$ , so komter  $\frac{a+y}{2a-y}$  in  $z \propto \frac{aa-ay}{y}$ , stelt  $x$  in de plaats van  $\frac{a+y}{2a-y}$  in  $z$ , soo heeftmen  $x \propto \frac{aa-ay}{y}$  en  $xy \propto aa - ay$ , dit vergheleeecken met  $xy \propto mm - by$ , komt  $a \propto m$ , en  $a \propto b$ , dit kan door Linien dan ontbonden worden als volgt:

Maccktt



Maeckt  $Xl \propto XA$ , en  $lm$  evenwijdigh met  $XA$ , en dan tufchen de noyt-t'famenkomende  $Xl$ , en  $lm$ , deur 't punt  $A$  beschreven den Hyperbole  $nqA$ . Voorts als  $a + y$ , tot  $2a - y$ , also  $x$  tot  $z$ , dat is als  $WY$  tot  $YZ$ , alsoo  $qY$  tot  $RY$ , soo is de begheerde kromme Linie  $QRA$ .

Wy maecten hier mede een eynde, van de plaetsen. Den Leerlingh sal wel kunnen bemercken, dat die van den Ellipsis, en die van den Hyperbole in alles over-een komen, en niet en verscheelen dan in de reeckens  $+$  en  $-$ , also het onderscheydt daer in alleen bestaet, dat de dwersche binnen den Ellipsis komt, en in den Hyperbole daer buyten, so dat men (wanneer men het voor den Ellipsis bereeckent heeft) maer  $-q$ , in de plaets van  $+q$ , en  $+q$  in de plaets van  $-q$ , behoeft te stellen (soo heeft men het  
voor



voor den Hyperbole),  $q q$  moet niet verandert worden, om dat — met — gemultipliceert mede  $+$  maect, als by voorbeeld in den Ellipsis is gevondē  $LC \propto x \propto d + \sqrt{\frac{1}{4}qr - \frac{r}{q}yy - \frac{2br}{q}y - \frac{bbr}{q}}$ , soo men dan  $+$   $q$  in de plaats van  $-q$  steldt, soo heeft men voor den Hyperbole  $x \propto d + \sqrt{-\frac{1}{4}qr + \frac{r}{q}yy + \frac{2br}{q}y + \frac{bbr}{q}}$ , en in beyde dese moet het punt A, tusschen L en 't Center komen, en alsoo met alle andere.

Besiet de  
Figuer,  
pag: 108.



V

TOE-





$\frac{q r y - r y y}{q}$ , in de plaets van  $n n$ , en  $q y - y y$  in de plaets van  $a$ ,  
 komt  $K R \propto \sqrt{q y - y y + \frac{1}{4} q r - r y + \frac{r}{q} y y}$ ,  $K C$  is  $\propto$   
 $\sqrt{c c + n n}$ , fo komt  $K C \propto \sqrt{+ \frac{1}{4} q q - q y + y y + r y - \frac{r}{q} y y}$ ,  
 fo is dan de dwersche  $D C \propto \sqrt{q q - 4 q y + 4 y y + 4 r y - 4 \frac{r}{q} y y}$   
 en de rechte zijde  $\propto \frac{4 q y - 4 y y + q r - 4 r y + 4 \frac{r}{q} y y}{\sqrt{q q - 4 q y + 4 y y + 4 r y - 4 \frac{r}{q} y y}}$ ,

De diametri conjugatae, of de ordentlijke middel-linien zijn dan

$$\begin{aligned} & \sqrt{q q - 4 q y + 4 y y + 4 r y - 4 \frac{r}{q} y y} \text{ de dwersche} \\ & \sqrt{q r + 4 q y - 4 y y - 4 r y + 4 \frac{r}{q} y y} \text{ de ordentlijke middel-lijn.} \end{aligned}$$

De fomme der vierkanten op dese middel-lijnen is  $\propto q q + q r$ ,  
 waer uyt volgt, dat de fomme der vierkanten, op alle de Dia-  
 metri conjugatae malkander gheliick zijn. Anders: fo men stelt  
 $K M \propto z$ , dan is  $M C \propto \sqrt{\frac{1}{4} q r - \frac{r}{q} z z}$ , addeert de vierkan-  
 ten op  $K M$  en  $M C$  t'samen uyt de fom den vierkant-wortel,  
 komt  $K C \propto \sqrt{\frac{1}{4} q r - \frac{r}{q} z z + z z}$ . Nu als  $K A \propto \frac{1}{2} q$  tot  $K W$   
 $\propto \sqrt{\frac{1}{4} q r}$ , alsoo  $K M \propto z$ , tot  $\sqrt{\frac{r}{q} z z}$  voor  $K S$ , fo is  $S R$   
 $\propto \sqrt{\frac{1}{4} q q - z z}$ , en  $K R \propto \sqrt{\frac{1}{4} q q - z z + \frac{r}{q} z z}$ .

Het vierkant op  $C M$  is dan  $\propto$  den rechthoeck op  $T S, S W$ ,  
 ende den rechthoeck  $G M, M A \propto$  het vierkant op  $S R$ .  $K B$   
 doet  $\frac{\frac{1}{4} q q}{z}$  dat is als  $K M$  tot  $K A$ , alsoo  $K A$  tot  $K B$ , multi-  
 pliceert  $K B \propto \frac{\frac{1}{4} q q}{z}$  met  $K S \propto \sqrt{\frac{r}{q} z z}$ , komt het parallele-  
 gram  $K C X R \propto \sqrt{\frac{1}{16} q^3 r}$ , ende soo veel salder mede komen  
 wanneer men  $K T$  multipliceert met  $K A$ , waer uyt volgt dat

alle de parallelegrammen die inden Ellipsis aldus beschreven worden malkander ghelijck zijn.

Wanneer 't voor valt dat  $KM$  is  $\propto MB$ , dan is over-al het vierkant op  $FE$  ghelijck den rechthoeck  $DF$ ,  $FC$ , ghelijck het in een rondt doet, 't welck gheschiedt wanneer  $CD$  is  $\propto PR$ , te weten:

$$qq - 4qy + 4yy \propto qr + 4qy - 4yy \\ + 4ry - 4\frac{r}{q}yy \quad - 4ry + 4\frac{r}{q}yy$$

so is  $q^3 - qqr \propto + 8qqy - 8qyy$ , dit divideert aen wederzijdē  $- 8qry + 8ryy$

door  $8q - 8r$ , komt  $\frac{1}{8}qq \propto qy - yy$ , soo is

$$y \propto \frac{1}{2}q + \sqrt{\frac{1}{8}qq}, \text{ voor } GM$$

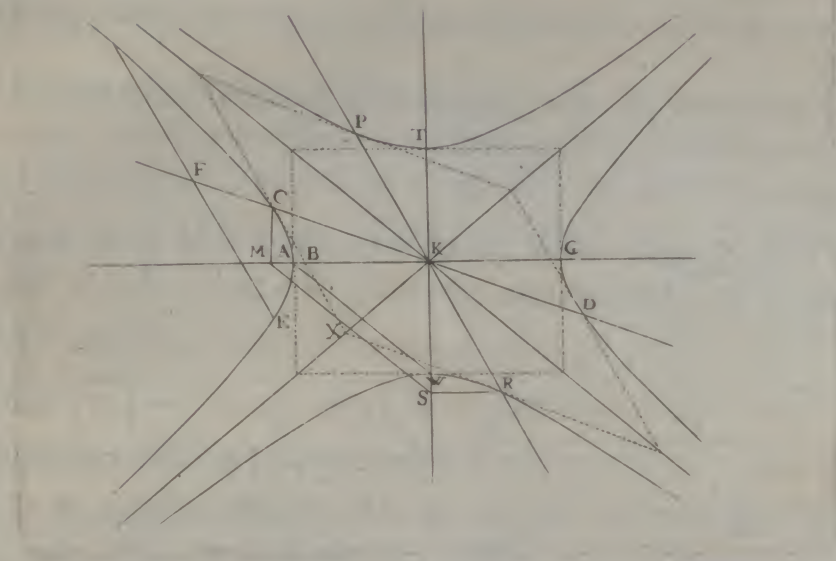
en  $y \propto \frac{1}{2}q - \sqrt{\frac{1}{8}qq}$ , voor  $MA$ , soo is  $KM \propto \sqrt{\frac{1}{8}qq}$ , dat is, dat 't vierkant op  $KA$ , is dubbelt van 't vierkant op  $KM$ , en dan sal  $KC$  zijn  $\propto \sqrt{\frac{1}{8}qr + \frac{1}{8}qq}$ , dat is het vierkant op  $KC$ , is de helft van de twee vierkanten op  $KT$  en  $KA$ , dan is  $KS \propto \sqrt{\frac{1}{8}qr}$ , dat is het vierkant op  $KS$ , is de helft van 't vierkant op  $KW$ . Volgt een Werckstuck.

*Van desen Ellipsis is den langhsten middel-lijn  $GA \propto 6$ , den kortsten  $TW \propto 4$ , en van den middel-lijn  $CD$ , is den rechthoeck  $DF$ ,  $FC$ , tot 't vierkant op de ordentlycke  $EF$ , als 3 tot 2, men vraeght naer de lenghte  $GM$  of  $MA$ . Antwoordt  $GM$ ,  $3 + \sqrt{6\frac{21}{25}}$ , en  $MA$ ,  $3 - \sqrt{6\frac{21}{25}}$ .*

Om in den Hyperbole alle de Diametri conjugatæ te vinden, so moet men bemercken dat in den Hyperbole de dwersche komt buyten de Keghel-sneede, contrarie den Ellipsis, en daerom moet men over-al  $-q$  stellen in de plaets van  $+q$ , en  $+q$  in de plaets van  $-q$ , maer  $qq$  moet niet verander worden om dat  $-$  met  $-$  ghemultipliceert mede  $+$  maeckt, soo heeft men

voor





voor CD de dwersche  $\sqrt{qq + 4qy + 4yy + 4ry + 4\frac{r}{q}yy}$

en voor PR de ordentlijke middellijn  $\sqrt{-qr - 4qy - 4yy - 4ry - 4\frac{r}{q}yy}$

dat is om dat de selve buyten de Keghel-sneede valt

$$\propto \sqrt{qr + 4qy + 4yy + 4ry + 4\frac{r}{q}yy}.$$

De rechte zijde is dan ghelijck

$$\frac{4qy + 4yy + qr + 4ry + 4\frac{r}{q}yy}{\sqrt{qq + 4qy + 4yy + 4ry + 4\frac{r}{q}yy}}$$

So is dan den rechthoeck DF, FC, tot 'et vierkant op FE, als 't vierkant op CD tot 'et vierkant op PR.

De differentie der vierkanten op de ordentlijke middel-linien  
V 3 is dan

is dan  $\infty q q - q r$ , waer uyt volght, dat de differentie der vierkanten op alle de ordentlijke middel-linien malkander ghelijck zijn.

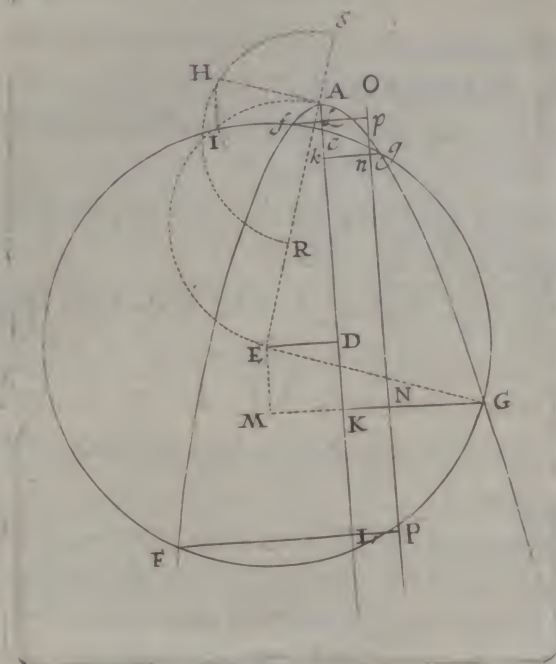
En wanneer  $q$  is  $\infty r$ , dan zijn alle de ordentlijke middel-linien malkander gelijk, maer anders altijd ongelijck. Anders: soo men  $K M$  steldt  $\infty z$ , dan is  $M C \infty \sqrt{\frac{r}{q} z z - \frac{1}{4} q r}$ . Nu als  $A K \infty \frac{1}{2} q$  tot  $K W \infty \sqrt{\frac{1}{4} q r}$ , alsoo  $K M \infty z$ , tot  $K S \infty \sqrt{\frac{r}{q} z z}$ . En wanneer men steldt  $K S \infty x$ , dan is  $S R \infty \sqrt{\frac{q}{r} x x - \frac{1}{4} q q}$ , steldt  $\frac{r}{q} z z$  in de plaats van  $x x$ , komt  $S R \infty \sqrt{z z - \frac{1}{4} q q}$  soo is  $C K \infty \sqrt{z z + \frac{r}{q} z z - \frac{1}{4} q r}$ ,  $K R \infty \sqrt{z z + \frac{r}{q} z z - \frac{1}{4} q q}$ , en  $z$  is dan  $\infty y + \frac{1}{2} q$ . Den rechthoeck  $T S$ ,  $S W$  is  $\infty$  het vierkant op  $C M$ , en den rechthoeck  $G M$ ,  $M A \infty$  het vierkant op  $S R$ . Treckt  $A B \infty \frac{\frac{1}{2} q y}{\frac{1}{2} q + y}$  van  $A K \infty \frac{1}{2} q$  rest  $B K \infty \frac{\frac{1}{2} q q}{\frac{1}{2} q + y}$  ofte  $\frac{\frac{1}{2} q q}{z}$ .

Multiplieert  $K B$  met  $K S \infty \sqrt{\frac{r}{q} z z}$ , komt het parallelogram  $K C X R \infty \sqrt{\frac{1}{16} q^3 r}$ , en so veel salder mede komen wanneer men  $A K \infty \frac{1}{2} q$  multiplieert met  $K W \infty \sqrt{\frac{1}{4} q r}$ , waer uyt volght dat alle de parallelogrammen die aldus in den Hyperbole beschreven worden malkander gelijk zijn.

In 't besluyt van de Grondt der Meet-konst pag: 56, wordt gevonden, hoe men een verghelijckigh van drie of vier Dimensien, van welck de tweede term ontbreekt kan ontbinden door een Parabole en een rondt. Macr soo men dat begeerde te doen, sonder dat de tweede term ontbreekt, dan soum'er noch een quantiteyt om te vinden moeten by voegen, om datter dan noch een vergelijckigh meer komt, gelijk hier volght.

Treckt evenwijdigh met den als noch een linie als  $O P$ , steldt  $K N \infty d$ , en  $N G \infty z$ , so is  $K G \infty x \infty d + z$ , dit steldt in de plaats





plaets van  $x$ , 't vierkant in de plaets van  $xx$ , en so voorts (maer  
wanneer K is tusschen N en G, dan steldt men  $z-d$  in de plaets  
van  $x$ ) soo bekomt men voor

$$\begin{array}{l} x^4 * -2abxx + 2aafx + aabb \propto 0 \\ + aaxx \qquad \qquad \qquad + aaff \\ \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad - aabb \end{array}$$

desse volghende vergelijckingsh.

$$\begin{array}{l} z^4 + 4dz^3 + 6ddzz + 4d^3z + d^4 \propto 0 \\ + aaz^2 + 2aadz + aadd \\ - 2abzz - 4abdz - 2abdd \\ + 2aafz + 2aadf \\ + aabb \\ + aaff \\ - aabb. \end{array} \quad \text{Soo}$$

Soe men dan heeft  $z^4 + pz^3 - aqzz + aarz + a^3s \propto 0$ ,  
 soo zijnder dese volghende vier Verghelijckingen.

$p \propto 4d$ , soo is  $\frac{1}{4}p \propto d$ .

$-aq \propto 6dd + aa - 2ab$ , doet de  $d$  wech, komt  $b \propto \frac{5fp}{16a}$   
 $+\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}q$ .

$aar \propto 4d^3 + 2aad - 4abd + 2aaf$ , doet de  $d$  en  $b$  wech,  
 komt  $f \propto \frac{1}{2}r + \frac{p^3}{16aa} + \frac{pq}{4a}$ .

$a^3s \propto d^4 + aadd - 2abdd + 2aadf + aabb + aaff - aabb$ ,  
 soo is  $as - \frac{d^4}{aa} - dd + 2\frac{b dd}{a} - 2df \propto bb + ff - hh$ , dat  
 is  $\propto$  het vierkant van de linie  $AI$ , de weerde van  $d$ ,  $b$ , en  $f$  zijn  
 ghevonden, soo zijn dan  $NG$ ,  $ng$ , de waere wortelen, en de  
 valsche  $FP$ ,  $fp$ .

Sooder komt  $-p$  dan steldt men over-al  $-p$  in de plaets van  
 $+p$ , ende de linie  $OP$ , komt dan aen de andere zijde van den  
 afs, sooder komt  $+q$ , dan steldt men over-al  $+q$  in de plaets  
 van  $-q$ , en  $-q$  in de plaets van  $+q$ , sooder komt  $-r$ , dan  
 steldt men  $-r$  in de plaets van  $+r$ , en sooder komt  $-s$ , dan  
 steldt men  $-s$  in de plaets van  $+s$ .

Wanneer de leste term  $s$  is  $\propto 0$ , dan komt de linie  $OP$  in 't  
 punt van de deursnijdinghe  $g$ , 't welck betoont dat de vergelijc-  
 kingh maer drie Dimensien heeft.

In 't besluyt van de Gront der Meet-konst pag: 58, is een recc-  
 ken-fout op lin 5, alwaer staet  $\frac{2kfll}{mm}x$ , 't welck wesen moet  
 $\frac{4kfll}{mm}x$ , soo datter verscheyden fouten uyt ghesproten zijn, en

men moet pag: 59, stellen: de rechte zijde  $\frac{4rr}{pp} + 4s$   
 $\frac{2r}{p} + \frac{1}{4}pp + q$ ,  
 $CD \propto \frac{1+i}{l} \sqrt{\frac{4rr}{p} + s}$ ,  $CR \propto \frac{1r+r}{pl} - \frac{1}{4}$ ,  $k \propto \frac{rm}{pl}$ .

In de Stel-konst pag: 47. is mede een schrijf-fout, op lin 24,  
 alwaer



alwaer staet, geen termen ontbroocken hebben, 't welck wesen moet, gheen ingebeeelde wortels zijn.

Soo men in 't besluyt van de Grondt der Meet-konst pag: 59, begheerde een vergelijckigh van vier Dimensien, door een gegheven Hyperbole, (dat is een Hyperbole van welck  $a$  en  $l$  beyde gegheven zijn,) en een rondt te ontbinden, dan soude de uytwerckigh die aldaer ghedaen is, niet konnen dienen, om datter dan een vergheelijckigh te veel komt, want daer zijn vier Vergheelijckighen, en dan soudend'er niet meer dan drie onbekende quantiteyten zijn, te weten  $f$ ,  $k$ , en  $n$ , soo dat het maer alleen soude konnen dienen in die vergheelijckigh alwaer  $-q$  komt  $\infty$

$$\frac{2kl}{m} + 4\frac{ffll}{mm} - 4\frac{nla}{mm}.$$

So men evenwel sodanigen regel begeerde te vinden, dan soum'er noch een onbekende quantiteyt moeten by voeghen, als by voorbeeldt dat men stelt  $x \infty y + d$ , en dan over-al de  $x$  wech doet, soo krijght men in de plaats van

$$\begin{aligned} x^4 + 4\frac{fl}{m}x^3 + \frac{2kl}{m}xx + 4\frac{fkl}{mm}x + \frac{klk}{mm} &\infty 0 \\ &+ \frac{4ffll}{mm}xx - \frac{nnlla}{mm} \\ &- 4\frac{nla}{mm}xx \end{aligned}$$

desse volghende Vergheelijckigh

$$\begin{aligned} y^4 + 4d y^3 + 6\frac{dd}{m}yy + 4\frac{d^3}{m}y + \frac{d^4}{m} &\infty 0, \\ + 4\frac{fl}{m}y^3 + 12\frac{dfl}{m}yy + 12\frac{ddfll}{m}y + 4\frac{d^3fl}{m} \\ &+ 2\frac{kl}{m}yy + 4\frac{dkl}{m}y + 2\frac{ddkl}{m} \\ &+ 4\frac{ffll}{mm}yy + 8\frac{dffll}{mm}y + 4\frac{ddfll}{mm} \\ &- 4\frac{nla}{mm}yy - 8\frac{dnlla}{mm}y - 4\frac{ddnlla}{mm} \\ &+ 4\frac{kfl}{mm}y + 4\frac{dkfll}{mm} \\ &+ \frac{klk}{mm} \\ &- \frac{nnlla}{mm} \end{aligned}$$

Soo men dan heeft  $y^4 + p y^3 - q yy + r y - s \infty 0$ , dan  
 $\frac{X}{X}$ 
zijn





De quantityten  $d, k, f$ , en  $n$ , worden ghevonden als volght:

In de eerste Verghelijckinge is  $p \propto 4d + 4 \frac{f^l}{m}$ , so komt  $\frac{1}{4}p - \frac{f^l}{m} \propto d$ , doet in de andere drie verghelijckingen over-al de  $d$  wech, soo heeft men

$$-q \propto \frac{1}{8}pp - 2 \frac{ffll}{mm} + 2 \frac{kl}{m} - 4 \frac{nnla}{mm}, \text{ soo is } \frac{ffl}{m} + 2 \frac{nnl}{m} - \frac{1}{2} \frac{qm}{l} - \frac{3}{16} \frac{ppm}{l} \propto k.$$

$$+r \propto \frac{1}{16}p^3 - \frac{ppffll}{mm} + \frac{pkl}{m} - \frac{2pnnla}{mm} + 8 \frac{fllnna}{m^3}.$$

$$-s \propto \frac{1}{256}p^4 - \frac{1}{8} \frac{ppffll}{mm} + \frac{1}{8} \frac{ppkl}{m} - \frac{1}{4} \frac{pfnlla}{mm} + 2 \frac{ffllnna}{m^3} + \frac{kkll}{mm} - \frac{nnllaa}{mm} - 2 \frac{kffll^3}{m^3} + \frac{f^4l^4}{m^4} - 4 \frac{nnffll^3a}{m^4}.$$

Doet nu in de derde en vierde verghelijckinge de  $k$  wech, komt

$$+r \propto \frac{8fllnna}{m^3} - \frac{1}{2}pq - \frac{1}{8}p^3, \text{ soo is } \frac{1}{8}pqm^3 + \frac{1}{8}p^3m^3 + rm^3 \propto f.$$

$$-s \propto \frac{1}{4}qq + \frac{1}{8}ppq + \frac{1}{4}p^4 - 2 \frac{qnnal}{mm} - \frac{1}{4} \frac{ppnnal}{mm} - 4 \frac{nnffll^3a}{m^4} - \frac{nnllaa}{mm} + 4 \frac{n^4aall}{m^4} + \frac{2pffllnna}{m^3}.$$

Dan doet in de vierde verghelijckinge de  $f$  wech, komt

$$-s \propto \frac{1}{4}ppq + \frac{1}{64}p^4 + \frac{1}{4}pr + \frac{1}{4}qq - \frac{1}{16} \frac{ppqqmm}{l^3na} - \frac{1}{16} \frac{p^4qmm}{l^3na} - \frac{1}{16} \frac{pqrmm}{l^3na} - \frac{1}{16} \frac{p^6mm}{l^3a^3} - \frac{1}{16} \frac{p^3rmm}{l^3a^3} - \frac{1}{16} \frac{rrmm}{l^3na} - \frac{1}{16} \frac{2qnnal}{mm} - \frac{1}{16} \frac{ppnnal}{mm} - \frac{1}{16} \frac{nnllaa}{mm} + \frac{1}{4} \frac{n^4aall}{m^4}.$$

Dit ghereducert, komt

$$\begin{aligned} n^6 - \frac{1}{2} \frac{qmm}{al} n^4 + \frac{1}{16} \frac{ppqm^4}{aal} n^2 - \frac{1}{256} \frac{ppqqm^6}{l^3a^3} &\propto 0 \\ - \frac{1}{16} \frac{ppmm}{al} + \frac{1}{256} \frac{p^4m^4}{aal} - \frac{1}{512} \frac{p^4qm^6}{l^3a^3} \\ - \frac{1}{4} \frac{ppmm}{l} + \frac{1}{16} \frac{prmm}{aal} - \frac{1}{64} \frac{pqrmm}{l^3a^3} \\ + \frac{1}{16} \frac{qqm^4}{aal} - \frac{1}{4096} \frac{p^6m^6}{l^3a^3} \\ + \frac{1}{4} \frac{sm^4}{aal} - \frac{1}{256} \frac{p^3rmm}{l^3a^3} \\ - \frac{1}{64} \frac{rrmm}{l^3a^3} \end{aligned}$$

X 2

De

De weerde van  $n$  gevonden hebbende soo is bekendt  $f$ , dan  $k$ , en  $d$ , de wortels van  $nn$ , kunnen hier ghedivideert worden door  $\frac{m m}{a l}$ , en dan kan noch de leste term sonder overschot ghedivideert worden, door  $\frac{1}{64} p p + \frac{1}{16} q, + \frac{1}{8} r p$ , en daer sal komen  $-\frac{1}{64} p^4 - \frac{1}{16} p p q - \frac{1}{8} p r$ .

Met de teeckens  $+$  en  $-$ , gaet het als volght: Sooder quam  $+s$ , dan steldt men  $+s$ , in de plaets van  $-s$ , en  $-s$  in de plaets van  $+s$ , sooder komt  $-r$ , dan steldt men  $-r$ , in de plaets van  $+r$ , en  $+r$  in de plaets van  $-r$ , 't vierkant van  $r$  blijft het selfde, om dat  $-$  met  $-$  ghemultipliceert  $+$  maect, en also met de andere teeckens.

Wanneer men heeft  $-p$ , dan komt  $Q P$  aen de sincker zijde van  $C D$ , en wanneer  $f$  doet een  $-$  ghetal, dan steldt men  $D E$  aen de rechter zijde van  $C D$ .

Voorts wanneer eenighe term nul is, dat gheeft altydt lichtigheydt, want in wat voor quantiteyt, soodanighen letter gevonden wordt, soo doet de selfde mede nul. Ghelijck soo men steldt dat de tweede term  $p$  is  $\infty 0$ , so heeft men  $-\frac{f l}{m} \infty d$ , dat is  $Q P$  aen de sincker zijde van  $C D$ .

$$\begin{aligned} \frac{f f l}{m} + \frac{2 n n a}{m} - \frac{1}{2} \frac{q m}{l} \infty k. & \quad \frac{r m^3}{8 l^2 n n a} \infty f. \\ n^6 - \frac{1}{2} \frac{q m m}{a l} n^4 + \frac{1}{16} \frac{q q m^4}{a a l l} n n - \frac{1}{64} \frac{r r m^6}{a^3 l^3} \infty 0, \\ - \frac{1}{4} m m & \quad + \frac{1}{4} \frac{s m^4}{a a l l} \end{aligned}$$

en alsoo met andere.

Volght tot besluyt een Werck-stuck.

*Op de Noorder-polus hooghte van 52 graden 20 minuten, de Son ghedeclineert zijnde noordelijck 20 graden, begheere ick perpendiculaer op te rechten, op een waterpas veldt drie Stocken A, B, en*



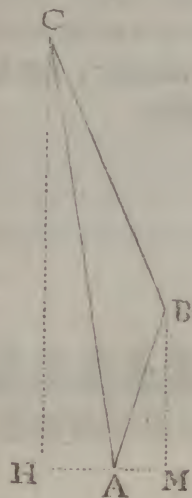
*B, en C, van welke A langh sal zijn 10 voeten, foodanigh dat op dien selfden dagh, het uyterste der schaduwe van den stock A passeere door de punten B en C, die van den stock B, door de punten A en C, en die van den stock C, door de punten A en B, men vraecht hoe langh de stocken B en C sullen moeten zijn, mede hoe verre en op wat streeck de stocken van malkander moeten staen.*

*Antwoordt.* Dit Werck-stuck kan veelderley uytkomsten hebben, van welke hier drierley volgen.

Ten eersten, De lenghte der stocken B, 2. 008 voeten, en C 19. 874 voeten. Wanneer HAM de middagh-linie is, dan doet HA 5. 201 voeten, AM 4. 210 voeten. De rechthoekighe Linien HC 30. 416 voeten, en BM 11. 259 voeten.

Ten tweeden, De lenghte der stocken B, 1. 794 voeten, en C 15 voeten. Wanneer HAM de middagh-linie is, dan doet HA 2. 634, en AM 4. 323 voeten. De rechthoekighe Linien HC 25. 859 voeten, en BM 10. 915 voeten.

Ten derden, De lenghte der stocken B 1. 488 voeten, en C 10 voeten, wanneer HAM de middagh-linie is, dan doet HA 0, en AM 4. 484 voeten. De rechthoekighe Linien HC, 20. 873 voeten, en BM, 10. 436 voeten.



## Fouten te verbeteren .

**P** Ag. 13, lin. 9, staet *dan*, leest, *dat*. Pag. 18, lin. 17, staet DE, leest CE. Pag. 24, moet d'eerste Figuer de tweede zijn. Pag. 43, lin. 5, staet *laeter*, leest *laet*. Pag. 84, lin. 4, ontbreekt, en dat de raeck-punten M en F met 't center D in een rechtelinie zijn. Pag. 87, lin. 19 en 20, staet  $\frac{1}{16} \frac{a^4}{bb}$ , leest  $\frac{1}{64} \frac{a^4}{bb}$ . Pag. 92, lin. 16, staet *gedivideer*, leest *gedivideert*. Pag. 138, lin. 10, staet *van*, leest *vanden*. Pag. 156, lin. 28, staet *verander*, leest *verandert*. De rest van de fouten die daer-en-boven bevonden worden, kan yder voor hem selfs verbeteren.

Men moet bemercken dat pag. 8, lin. 11 en 27 staet *grooter*, dat is te verstaen *niet minder*. Pag. 20, lin. 13, pag. 21, lin. 19, staet *minder*, dat is te verstaen *niet meerder*, en alsoo op andere plaetsen.



T E H A F R L E M,

Gedruckt by *Isaac van Wesbusch*, Boeck-drucker in de korte  
Zijl-stract, inde groote Druckery, ANNO 1663.





